

TRANSITOIRES ET REGIMES PERMANENTS DANS LES CIRCUITS R C INDUCTANCE NON LINEAIRE SOUS TENSION SINUSOIDALE

Marian Badea

*Faculté d'Electrotechnique
Université de Craiova, e-mail mbadea@elth.ucv.ro.*

Résumé: On fait une analyse numérique, sur modèle, des quelques régimes transitoires et permanents d'un circuit ferromagnétique. Sont mises en évidence les transitions type saut dans les trajectoires de phase (orbites dans le plan des grandeurs d'état (ϕ_L , u_C) sous l'influence de la variation de l'amplitude de la source aussi que sous l'influence de la variation des conditions initiales. On souligne aussi l'instabilité de type apparition brusque des sous harmoniques.

Mots clef: Saut de régime, orbite non stable, bifurcation, modèle de saturation.

1. INTRODUCTION

Dû à la difficulté de la solution exacte des équations différentielles qui décrivent un circuit ferromagnétique on réalise une analyse numérique à l'aide d'un programme standard pour les circuits (SPICE). Le modèle de la bobine à saturation est construit de trois manières afin de vérifier la justesse de l'approximation :

- sous forme de deux segments (court PWL) ;
- sous forme analytique $i = a\phi + b\phi^7$;
- sous forme de courbe continue qui résulte des tables H – B pour la tôle siliceuse.

Les points (paires de valeurs) pour les deux segments et pour la courbe de la tôle sont introduits à l'aide de l'élément TABLE (PWL) du programme. Les trois caractéristiques utilisées pour la bobine sont données sur la fig. 1.

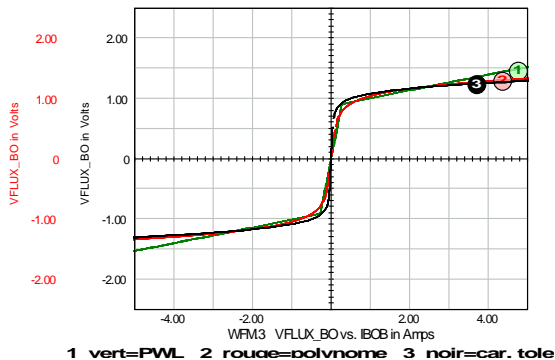


Fig. 1. Les trois types d'approximation de la caractéristique flux – courant de la bobine.

Le flux de la bobine est mesuré comme intégrale de la tension à l'aide de n'importe quel de deux schémas équivalents de la fig. 2.

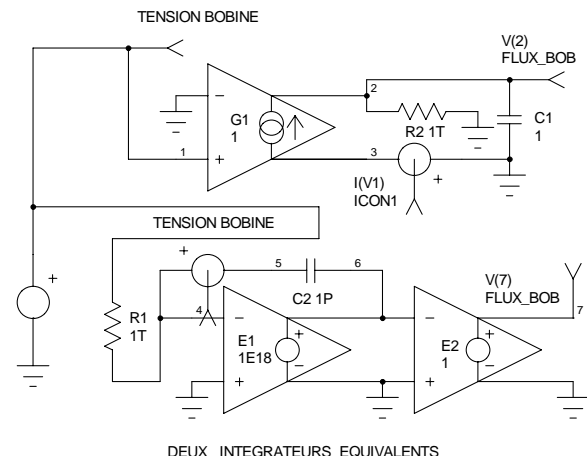


Fig. 2. Deux intégrateurs équivalents de tension.

Il est bien connu que pour une valeur caractéristique de l'amplitude de la source a lieu un saut signifiant du courant, lorsque la valeur de la capacité est plus grande qu'une certaine valeur (déterminée grossièrement comme l'intersection des caractéristiques $U - I$ en valeurs efficaces). Comme conséquence de l'opposition de phase la soustraction de deux tensions conduit à une zone de pente négative de la caractéristique globale, après un maximum de tension et le saut de courant signifie l'évitement de cette zone instable de point de vue des valeurs efficaces.

L'étude présentée souligne un aspect moins évident, l'existence d'un tel saut due à la modification des conditions initiales aux tensions moindres que la tension caractéristique mentionnée.

L'apparition d'une valeur permanente, petite ou grande de point de vue saut, est accomplie presque toujours de transitoires à travers une orbite instable sans y rester. Le saut représente le « choix » d'une orbite après une modification infinitésimale de l'amplitude respectivement du flux initial ou tension initiale. Les trajectoires de phase dans le plan des variables φ_L , u_C permettent de suivre en détail simultanément les transitions d'un régime à l'autre. Bien sûr une information suggestive est donnée par les graphiques en temps des variables.

2. SCHEMA DU MODELE. ANALYSE DES REGIMES POUR TENSION VARIABLE. CAS DES CONDITIONS INITIALES NON NULLES

Pour augmenter l'influence des conditions initiales on choisit une source type cosinus, de tension à fréquence industrielle $e = E \cos(2\pi * 50t)$. Comme bobine non linéaire sert un élément type B (de SPICE) dont le courant est commandé par le flux (intégrale de la tension). La loi non linéaire de commande est donnée soit directement par

$$i = 10(0.02\varphi + 0.06\varphi^7) \quad (1)$$

soit par la sortie des générateurs de fonctions données par un ensemble de paires (φ, i) introduites dans un élément TABLE. Tous les éléments de commande sont montrés au schéma de la fig. 3 le passage d'une caractéristique à l'autre étant réalisé

par le changement de la commande de l'élément non linéaire B. Les valeurs adoptées sont : pour le modèle à deux segments $L=3.33H$ pour courants moindres que 0.276A et 0.128H pour courants qui dépassent cette valeur. Comme montre la fig. 1 les trois caractéristiques sont bien proches pour courants moyens 0.5 – 5A. La capacité principale est de 16 μF mais elle change à 100 μF quand on analyse l'effet de sous harmoniques. La résistance série est de 5 Ω et la résistance parallèle de 2 k Ω . La dernière modélise grossièrement les pertes en fer de la bobine. L'intégrateur utilisé est formé d'une source de courant commandée en tension, courant qui passe par un condensateur de 1 Farad dont les bornes fournissent la tension exprimant le flux. Le deuxième schéma de la fig. 2 donne les mêmes résultats mais nécessite une source commandée supplémentaire pour l'inversion du signe.

A. Evolution du régime pour conditions initiales nulles. On va nommer transition brusque le passage (saut) d'un courant petit à un courant beaucoup plus grand du régime permanent (périodique). Ce saut de courant, de 0.257A jusqu'à 7.49A se produit à une amplitude de la tension de la source (simplement tension de la source) entre 201.9V .et 202V. La valeur du courant croit trente fois. Aux valeurs suffisamment plus petites le régime permanent s'établit, après petits écarts, sur une orbite stationnaire sur le graphique $\varphi_L(u_C)$. Les écarts découlent de la valeur initiale nulle (donc aussi le déphasage initial nul) de ces variables et des oscillations libres du circuit L C de 20 à 300Hz. Ces oscillations sont bien amorties par les résistances du circuit au cours de 200 ms.

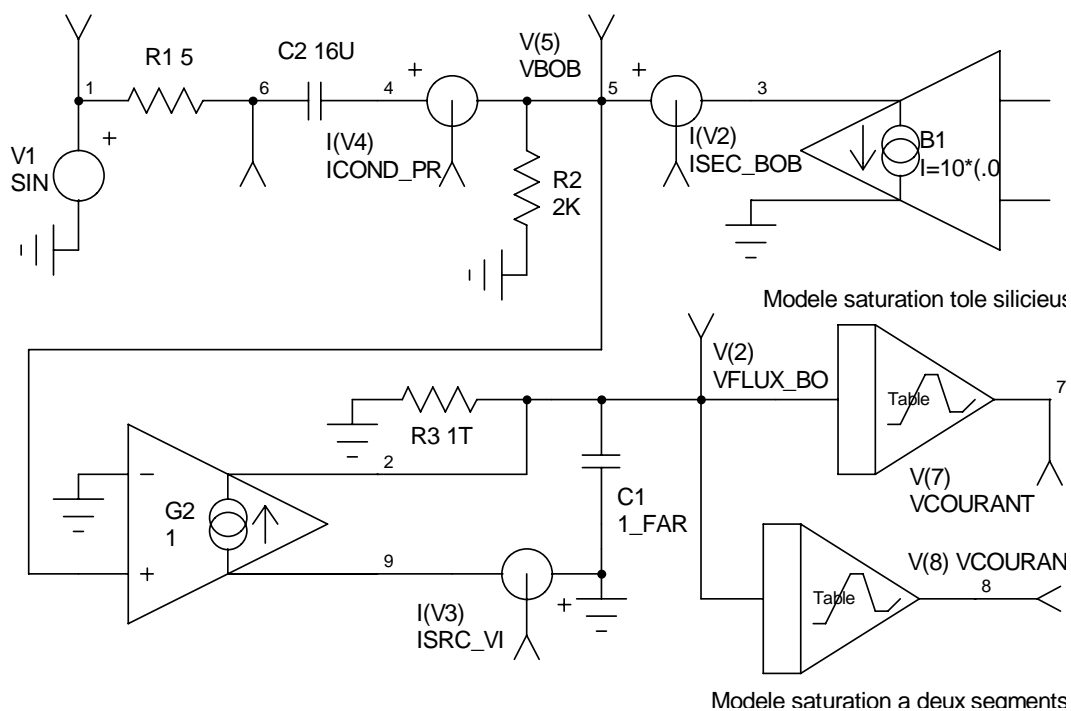


Fig. 3. Schéma général du modèle pour circuit ferromagnétique

Mais à la tension 201.9V la petite orbite stable de régime permanent s'établit après un passage sur une orbite intermédiaire instable. Pour 202V l'orbite stable de grandes dimensions s'établit après avoir passé par la même orbite instable intermédiaire au cours d'un nombre de périodes. A la fig. 5 sont tracées les quatre trajectoires dont deux, de transition, ont une portion intermédiaire commune.

Pour confirmation sur la fig. 4 on montre l'évolution en temps du courant de la bobine pour les deux valeurs infiniment proches de la tension au cours des premières dix périodes.

On observe que les premières trois périodes sont à premier vu non séparables. Le régime du circuit à

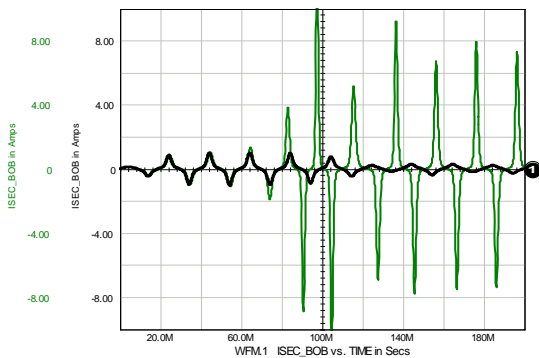
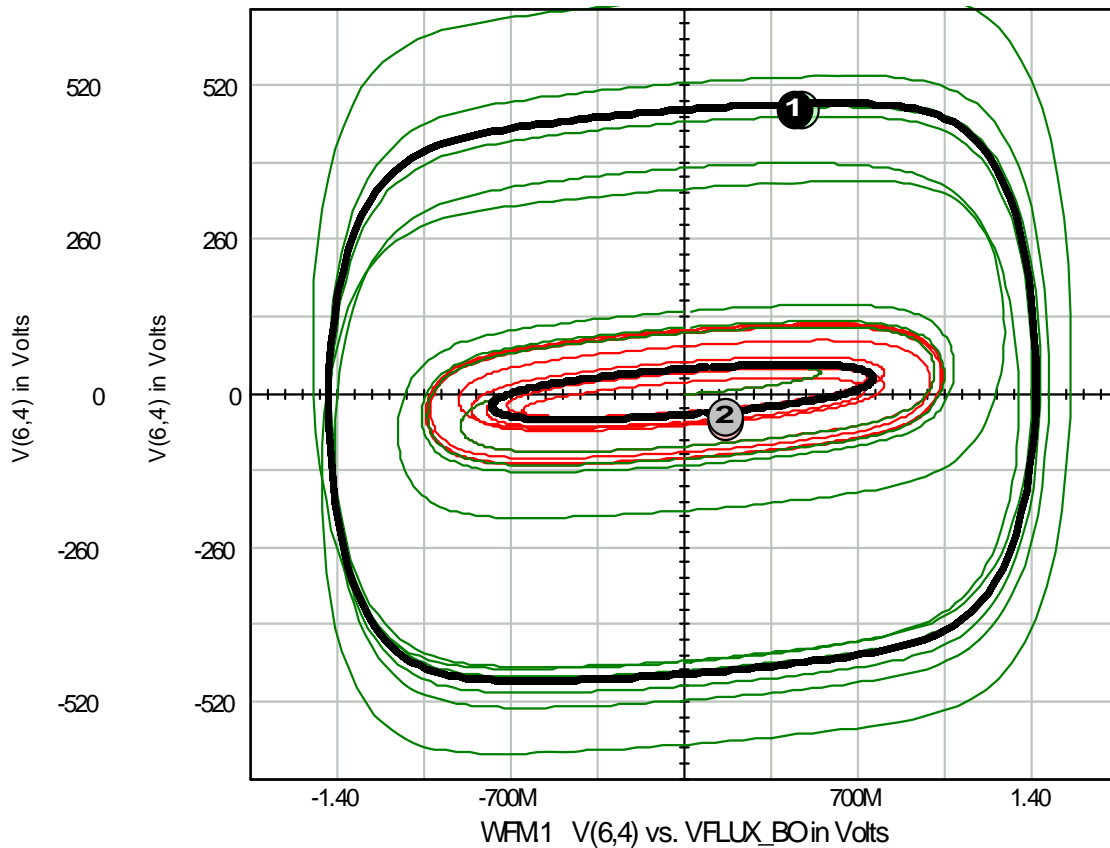


Fig. 4. Evolution du courant de la bobine pour deux valeurs infiniment approchées de E.

ce point est *instable* ou *localement instable*. D'autre part les solutions restent bornées ce que mène à la comparaison avec une stabilité globale d'un circuit linéaire. Mais l'existence de deux solutions montre que le nom de solutions *bornées* est plus indiqué pour ce type de comportement asymptotique de type permanent périodique.

La pente initiale abrupte et le flux grand pour petits courants de la caractéristique de la tôle conduit à une tension plus grande pour le saut, 247.9 – 248.0V la trajectoire intérieure étant plus aplatie. Par contre à la caractéristique en deux segments le saut est à 198.1 – 198.2V et le rapport entre les dimensions des orbites stables diminue.

B. Evolution du régime dans le cas des conditions *initiales non nulles*. On procède en prenant une tension constante, soit 160V, et on détermine le comportement du circuit à la variation d'une CI l'autre restant nulle. Pour détails on prend la même caractéristique polynomiale. On obtient le saut du courant aussi que de la tension du condensateur entre 0.632 et 0.633Wb pour le flux initial à une tension initiale nulle du condensateur principal. Même si les orbites stables sont de moindres dimensions on constate l'augmentation significative de l'orbite intermédiaire instable commune, voir fig. 6, pour les deux transitions. Le graphique du courant pendant les premières dix périodes, voir fig. 7, confirme cette observation.



Saut entre orbites entre 201.9 et 202.0 V pour car. polynomiale

Fig. 5. Les quatre orbites, deux noires stationnaires en gras et deux de transition en maigre.

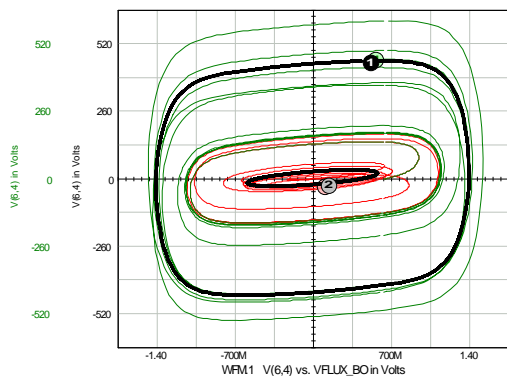


Fig. 6. Trajectoires de transition et permanentes pour deux flux différent $< 0.2\%$.

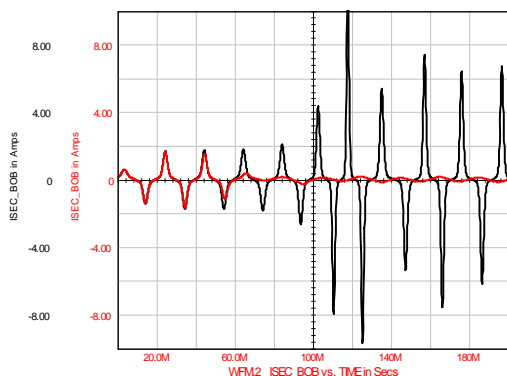


Fig. 7. Evolution du courant de la bobine pour les deux flux utilisés à la fig. 6

A la variation de $u_C(0)$ de 50.6 à 50.7V a lieu aussi le saut de courant et de tension. Les orbites stationnaires restent les mêmes, seulement les trajectoires de transition sont un peu différentes. L'orbite non stable commune ne se modifie pas.

Les effets conjugués de deux conditions initiales non nulles peuvent surprendre car, par ex., au flux $\phi_L(0) = 0.4$ Wb la tension $u_C(0)$ nécessaire au saut *croît* de 50.6 à 65.0. Du reste les trois orbites ne changent pas.

C'est à remarquer qu'au voisinage de tous les sauts l'évolution du processus commence les premières 3 – 4 périodes par un signal *déformé* correspondant à une *saturation partielle* de la bobine le courant ayant l'amplitude proche de 2A. Après un petit nombre des périodes le signal revient soit à une forme sinusoïdale soit il est fort déformé.

3. LE PHENOMENE DES SOUS HARMONIQUES

Pour instant on utilise le schéma initial un peu modifié en changeant la résistance parallèle de 2 à 20K Ω . On augmente la tension et on observe que de 178.4 à 178.5V a lieu un changement brusque du signal périodique qui était presque sinusoïdal. En passant de 179.4V les signaux reviennent à la forme sinusoïdale et peu à peu se déforment continuellement dû à la saturation jusqu'à 192.1 quand se produit le saut proprement dit. A la fig. 8 sont donnés les deux graphiques pour les deux

tensions très approchées après un nombre de 100 périodes. Pour les premières dix périodes l'aspect de deux graphiques est le même. La présence de l'harmonique $\frac{1}{2}$ (25 Hz) est ici évidente et l'analyse Fourier montre qu'elle constitue 18 % de la fondamentale.

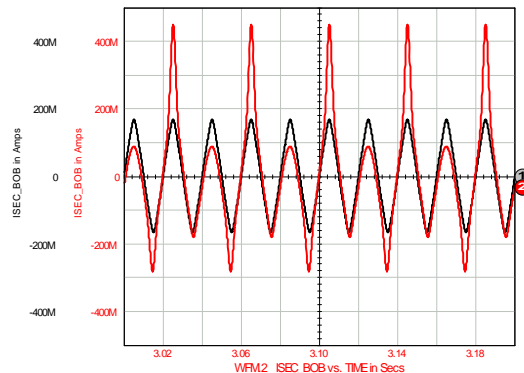


Fig. 8. Passage brusque à un régime permanent déformé pour $U = 178.5V$

A la fig. 9 est montrée une autre particularité de ce régime. C'est le fait que au voisinge supérieur du petit saut *il n'y a pas de transition* et que la forme du signal s'établit déjà de la deuxième période. Dans le premier graphique le courant est donné après 150 périodes tandis que dans *le deuxième il commence du moment zéro*. Le troisième graphique montre l'évolution du courant au voisinge inférieur du saut *de zéro à 500ms*.

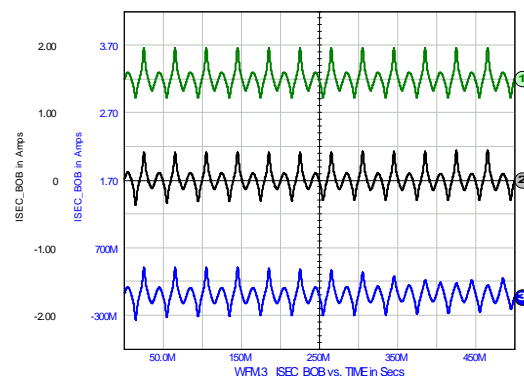


Fig. 9. Signal uniforme en temps pour 178.5V sans transitoire et transition pour 174.4V.

Le transitoire dans la zone des sous harmoniques diffère, comme on peut voir, du transitoire dans les zones de grand saut. Les trajectoires de phase complètent ces observations et l'orbite extérieure, du processus sans transitoire, se remarque par sa forme particulière, voir fig. 10.

Afin de mieux mettre en évidence les sous harmoniques en régimes permanents *on change la capacité principale de 16 à 100 μF et on revient à 2k Ω pour la résistance parallèle.*

En augmentant la tension de 275.1 à 275.2 on a aussi une modification brusque des valeurs

permanents. Cette fois on prend pour illustration la tension du condensateur et on présente les deux

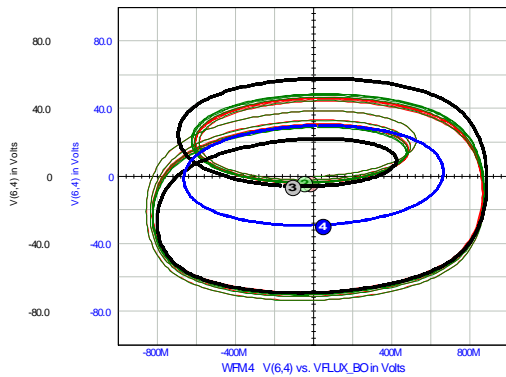


Fig. 10. Orbites du régime à sous harmoniques.

valeurs sur la fig. 11. à la même échelle graphique. L'analyse Fourier met en évidence la présence de la

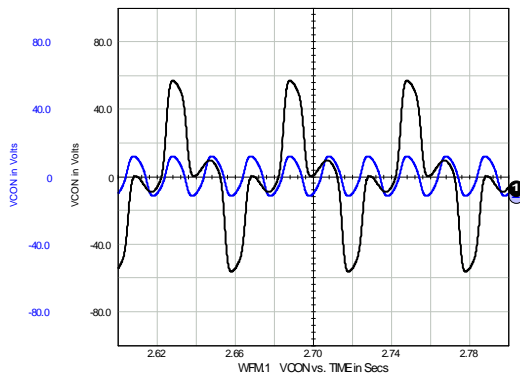


Fig. 11. Modification brusque de la tension du condensateur entre 275.1 – 275.2 V.

sous harmonique 1/3 qui dépasse la fondamentale 50 Hz de 1.5 fois. Les trajectoires stationnaires correspondantes sont données en gras à la fig. 12.

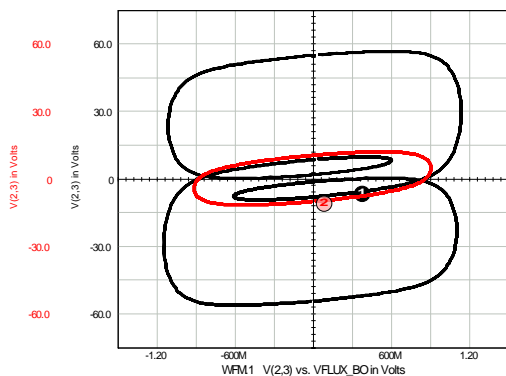


Fig. 12. Orbites des régimes permanents avant et après la déformation brusque (apparition des sous harmoniques)

Il existe une zone commune pour les trajectoires de transition qui peut être observée sur les images de la variation en temps des tensions entre 0 – 1s où

l'intervalle 0 – 400ms est identique aux deux graphiques, voir fig. 13.

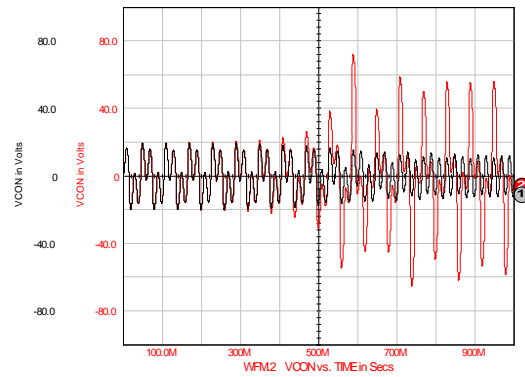


Fig. 13. Illustration de la portion commune des signaux dans le voisinage du changement de forme.

La caractéristique de la tôle produit des effets semblables aux ceux montrés aux fig. 11, 12 et 13 mais pour une tension entre 298.4 – 298.5 V. Le même vaut pour les deux segments à 279.9 – 280 V. Toutes les trois caractéristiques produisent le même signal de fréquence 50 / 3.

On examine maintenant l'effet du changement des CI (conditions initiales) sur les sous harmoniques. A la tension de source de 265V amplitude on modifie le flux initial de 0.170 à 0.171 Wb. Le changement de régime permanent est de la même forme que aux fig.11 et 12 mais les transitoires (premières 50 périodes) diffèrent sensiblement comme montre la fig. 14.

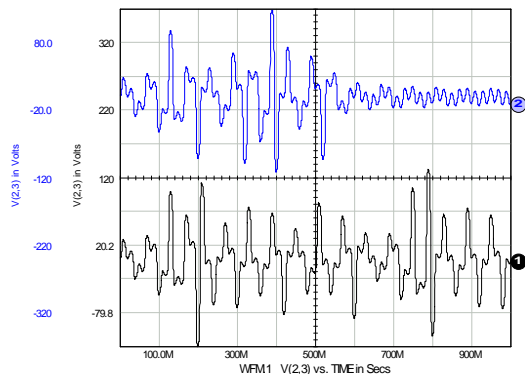


Fig. 14. les premières 50 périodes de deux tensions u_C au voisinage de $\phi_L(0)=.17Wb$.

Dans cette zone on a aussi des transitions partant du régime saturé de la bobine aux grands courants. En modifiant le $\phi_L(0)$ de 0.182 à 0.183 l'orbite extérieure multiple de la fig. 12 se trouve cette fois à l'intérieur d'une orbite simple beaucoup plus grande qui correspond à une tension u_C de 600v. L'évolution en temps de 0 à 500ms est montrée à la fig. 15. La formation des signaux fort différents a lieu en moins de 10 périodes. La plage des tensions d'alimentation entre 260 et 300 V présente un grand degré d'instabilité et passages instantanés d'un type de solution à un autre aux tensions appliquées ou

aux conditions initiales bien fixées. Leurs valeurs sont nommées parfois dans la littérature points de

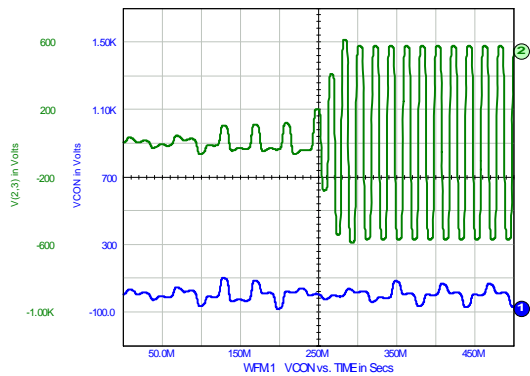


Fig. 15. Formation des signaux au point de bifurcation $\phi_L(0) = 0.182 + Wb$.

bifurcation. Pour illustration on présente à la fig. 16 les graphiques de u_C pour une variation monotone croissante de $\phi_L(0)$, la tension de la source étant constante 265 V. On n'a pas pu respecter les proportions, les 'créneaux' ayant une

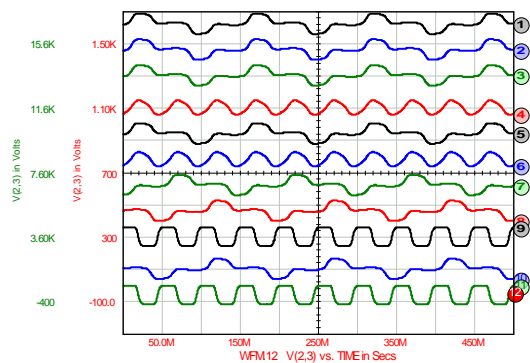


Fig. 16 La variété des régimes permanents créée par la variation monotone du flux initial.

amplitude de 600V tandis que pour les sinusoïdes celle-ci est de 40V et pour les ondes de période triple (sous harmoniques) d'environ 100V.

4. CONCLUSIONS

En résumant les résultats on peut confirmer l'ambiguïté des notions *stable* et *transitoire* pour un circuit non linéaire. Une particularité importante de ces circuits est la *dépendance entre les conditions initiales et le régime permanent*. Une autre c'est l'existence des zones de transitions brusques consécutives et répétitives entre régimes permanents très différents (*points de bifurcation*).

On souligne aussi l'apparition dans le régime permanent *des sous harmoniques* qui n'ont aucune liaison avec les signaux des sources.

Dans le schéma utilisé on a essayé d'avoir une tolérance minimale des erreurs. Dans ce but on a préféré la méthode du *trapèze* au lieu de la méthode de *Gear* car l'erreur systématique de la première est 2.66 fois moindre que l'erreur de la deuxième. On a réduit le paramètre RELTOL de 10^{-3} à $0.3 \cdot 10^{-3}$. Le pas d'enregistrement a été $100\mu s$ (l'intervalle de mesure entre 200ms et 1s). Le pas interne de calcul (TMAX) a été limité à $50\mu s$.

5. BIBLIOGRAPHIE

Badea, M., (1997), *Comparative Analysis of Some Models for Nonlinear Inductors*, Analele Univ. din Craiova, seria Electrotehnica, nr. 20.

Badea, M., (1998), *Some Remarks on Modelling and Simulation of Nonlinear Inductors* - Proc. of ICATE Craiova, vol.1, 1998.

Badea, M., (2001), *Oscillations sous harmoniques des circuits non linéaires en régime permanent périodique*, Analele Univ. din Craiova Seria Inginerie Electrica Nr. 35.

Badea, M., Mandache, L., (2002), *Modèles des éléments non linéaires et simulation des circuits oscillants contenant ces modèles*, Proceedings on the ICATE of Faculty for Electrical Engineering, Craiova - Bâile Herculane, oct. 2002.

Badea, M., (2005), *Sur la modélisation des éléments dynamiques non linéaires de circuit dans les programmes standard de simulation*, Analele Univ. din Craiova Seria Inginerie Electrica Nr 37.

INTUSOFT, ICAP/4 Users Guide, San Pedro, Cal. USA, 1997.