CONSIDERATIONS SUR LE DIMENSIONNEMENT DES PLAQUES COMPOSITES STRATIFIEES A MATRICE POLYMERE

Sonia DEGERATU*, Nicu George BIZDOACA, Anca PETRISOR*, Vasile DEGERATU*****

**Université de Craiova, Faculté d'Électromécanique, Roumanie*
***Université de Craiova, Faculté d'Automatique, Roumanie*
**** S.C. Electroputere Div. MER, Craiova, Roumanie*
E-Mail: sdegeratu@em.ucv.ro; nicu@robotics.ucv.ro; apetrisor@em.ucv.ro; vdegeratu@yahoo.com

***Résumé* – Dans cet ouvrage, les auteurs présentent une modélisation de la structure des plaques composites stratifiées à matrice polymère, à partir du calcul d'homogénéisation, pour obtenir les relations de comportement mécanique tant au niveau de la monocouche que du stratifié. Le programme réalisé en Matlab donne la possibilité de faire un pré dimensionnement rapide, optimale et adapté à un certain type d'application.**

Mots clés: *matériau composite stratifié, renfort, matrice, pli*

1. INTRODUCTION

Aujourd'hui les nouvelles technologies ont besoin de matériaux qui allient à la fois une rigidité, une résistance mécanique, une ténacité élevée et une grande légèreté. Aucun matériau simple ne permet de combiner ces caractéristiques physiques, et pour atteindre cet objectif il faut nécessairement utiliser un matériau composite.
Parmi les matériaux composites, les stratifiés jouent un rôle important dans les techniques avancées [1], [2] [3].
La modélisation de la structure des plaques composites stratifiées à matrice polymère et les résultats de l'exécution du programme réalisé en Matlab vont être présentés dans cet ouvrage.

2. LES MATERIAUX COMPOSITES STRATIFIES ANALYSES

On appelle stratifié ce qui résulte de plusieurs couches (ou pli, ou monocouche) de nappes unidirectionnelles ou de tissus avec des orientations propres à chaque pli [1].
Les deux constituants de base d'un pli sont:
- *le renfort*: armature, squelette, il assure la tenue mécanique (résistance à la traction et rigidité). Ici, de nature filamentaire (des fibres longues unidirectionnelles UD).
- *la matrice*: lie les fibres renforts, répartie les efforts (résistance à la compression ou à la flexion), assure la protection chimique. Dans le cas analysé, c'est une résine époxyde.

En plus de ces deux constituants, il faut rajouter *une interface* qui assure la compatibilité renfort matrice, qui transmet les contraintes de l'un à l'autre sans déplacement relatif.
Le comportement de l'ensemble résulte de celui des composants par l'intermédiaire de différents types d'interaction, d'où l'importance de l'interface entre les composants. Le comportement des composants est différent d'où l'intérêt de les faire travailler ensemble.

3. CONCEPTION ET DIMENSIONNEMENT DES PLAQUES COMPOSITES STRATIFIEES

On conçoit un composite en fonction du type d'application, de chargement... ce qui est différent des matériaux classiques où on adapte la conception d'une structure en fonction du matériau constitutif.
On cherchera toujours à orienter au mieux les renforts en fonction des efforts auxquels la structure est soumise.
La question de base qui se pose est de savoir décrire le comportement du composite connaissant celui des constituants.
La spécificité du calcul des matériaux composites vient donc de l'hétérogénéité par conception, et des discontinuités par des microvides. Il faut donc recourir à des techniques d'homogénéisation pour obtenir la relation de comportement tant au niveau de la monocouche que du stratifié [1], [4], [5], [6].
Avant tout calcul de structures composées de matériaux hétérogènes, il y a un calcul d'homogénéisation permettant de définir un comportement local approché de ces matériaux.

3.1. Homogénéisation simplifiée. Le modèle à "Bornes"

La première étape d'un calcul composite consiste à déterminer les caractéristiques mécaniques du matériau en fonction de celles de ses composants. Il existe divers modèles d'homogénéisation pour les obtenir et le plus classique sera utilisé ici (le modèle à "Bornes" [1]).
Soit un matériau composite UD constitué de fibres noyées dans une matrice polymère (comme le pli du stratifié). Soit une cellule élémentaire de fraction volumique $V_c = 1$ constituée de fibres et de matrice, avec:
V_m = fraction volumique de matrice;
V_f = fraction volumique de fibre;
$V_c = V_m + V_f = 1$.
A l'échelle locale, on a les hypothèses suivantes:
- fibres: comportement élastique linéaire fragile isotrope, caractérisées de grandeurs σ_f, E_f et V_f.
- matrice: comportement élastique non linéaire, isotrope, caractérisée de grandeurs σ_m, E_m et V_m.

Le but d'homogénéisation est de déterminer les relations existantes entre les grandeurs σ_c, E_c et V_c du matériau équivalent (c'est à dire du composite UD) et celles des fibres et de la matrice.
Les grandeurs σ, E et V représentent l'effort, le module longitudinale et respectivement la fraction volumique de la fibre, ou de la matrice, ou du composite.
Pour l'analyse considérée on suppose que la sollicitation à la traction s'effectue dans la direction parallèle aux fibres.
Les hypothèses du modèle à "Bornes"sont [1]:
- on travaille en élasticité linéaire;
- on suppose que la liaison fibres/matrices est parfaite;
- localement, on a: $\sigma_f = E_f\,\varepsilon_f$ et $\sigma_m = E_m\,\varepsilon_m$;
- la déformation est constante dans une section droite, c'est à dire que: $\varepsilon_c = \varepsilon_f = \varepsilon_m$.

A partir de l'équilibre de l'éprouvette ($F_c = F_f + F_m$ où F_f est la force appliquée à la fibre, et F_m la force appliquée à la matrice) et tenant compte des hypothèses ci-dessus on en déduit la loi des mélanges pour le module d'élasticité et pour la densité du composite, homogénéisées [1], [7]:

$$E_c = E_f \cdot V_f + E_m \cdot V_m \; ; \qquad (1)$$

$$\rho_c = \rho_f \cdot V_f + \rho_m \cdot V_m , \qquad (2)$$

relations bien vérifiées dans la direction des fibres.
La loi des mélanges modifiée s'applique à la résistance mécanique, σ_{cr}, du matériau composite [7]:

$$\sigma_{c_r} = \sigma_{f_r} \cdot V_f + \sigma'_m \cdot V_m \qquad (3)$$

où :
σ_{fr} = la résistance mécanique de la fibre;
σ'_m = l'effort dans la matrice à la rupture des fibres dans le composite.

3.2. Dimensionnement d'une plaque composite stratifiée

Soit une plaque composée de trois plis, d'une largeur de 300 mm, et d'une épaisseur de 10 mm.
Tous les plis ont une matrice polymère (à base de résine époxyde) de même type, chaque pli étant renforcée par des fibres orientées au long de la plaque.
Le pli supérieur, d'épaisseur de 3 mm, est renforcé par des fibres de verre (V_{fs} = 60%), le moyen par des fibres de carbone (V_{fc} = 33%) et le pli inférieur, d'épaisseur de 3 mm, par des fibres de kevlar (V_{fk} = 40%).
Les problèmes posés sont:
- déterminer les grandeurs suivantes pour la plaque stratifiée: la force maximale de rupture en traction au long des fibres F_{max}, la résistance mécanique σ_{cr}, le poids spécifique γ_c, la longueur de rupture sous le poids propre de la plaque l_{cr};
- déterminer les même grandeurs pour une plaque d'acier laminé OL 37 (avec $\sigma_{r\,OL}$= 370 MPa) et pour une plaque d'acier allié 41 MoCr 11 (avec $\sigma_{r\,OLa}$= 1000 MPa), de même dimensions que la plaque stratifiée;
- comparer et commenter les résultats pour les trois plaques.

Pour faire les calcules des trois plaques les auteurs ont réalisé un programme en Matlab.
Le calcule des grandeurs pour les deux plaques d'acier (laminé et allié) est simple, direct et très connu.
Pour faire les calcules de la plaque stratifiée on est parti d'un modèle analytique.
Dans un premier temps le modèle permet le calcule des modules d'élasticité, des densités, des poids spécifiques et des résistances mécaniques à la traction pour tous les plis de la plaque stratifiée, en appliquant la loi des mélanges et la loi des mélanges modifiée.
Deuxièmement, à partir des deux hypothèses suivantes:
- la déformation est identique pour tous les plis;
- dans un des pli on atteint la résistance mécanique,

on peut calculer les contraintes correspondantes pour les autres deux plis [7]. Le programme réalisé en Matlab offre la possibilité de choisir la variante optimale.
Troisièmement, en connaissant la variante optimale pour les valeurs des contraintes des trois plis, on peut calculer les grandeurs demandées.

4. ANALYSE DES RESULTATS

Les résultats présentés dans le Tableau 1 ont été obtenus à l'aide du programme réalisé en Matlab pour les trois types de plaques présentées au paragraphe 3.2.

Type de la plaque	F_{max} [kN]	σ_r [MPa]	γ [N/mm^3]x10^{-5}	l_r [km]
Stratifiée	2235	745	1.575	47.3
Acier OL 37	1110	370	7.8	4.74
Acier allié	3000	1000	7.8	12.82

Tableau 1: Les grandeurs caractéristiques pour les trois types de plaques analysées

A la suite de la comparaison des résultats pour les trois types de plaques, de mêmes dimensions, mais de matériaux différents, on peut conclure:

- la plaque stratifiée est 5 fois plus légère par rapport aux plaques d'acier Ol 37 et d'acier allié;
- la plaque stratifiée rompe à une longueur 10 fois plus grande que celle d'acier Ol 37, et 3,7 fois plus grande que celle d'acier allié;
- la plaque stratifiée a une force et une résistance mécanique 2 fois plus grande que celles pour l'acier Ol 37;
- la plaque d'acier allié a une force et une résistance mécanique 1,34 fois plus grandes que celles de la plaque stratifié.

Dans le cas du stratifié, pour atteindre une force maximale de 3000 kN (valeur de la plaque d'acier allié), on va utiliser trois variantes d'étude.

4.1. Première variante. Le maintien des dimensions de la plaque stratifiée et la variation de la fraction volumique de fibre pour chaque pli

La variation de la fraction volumique de fibre pour chaque pli se fait jusqu'a la valeur maximale de 0,8, valeur obtenue en pratique pour un renfort unidirectionnel [2].

Les résultats sont présentés dans les figures 1, 2 et 3.

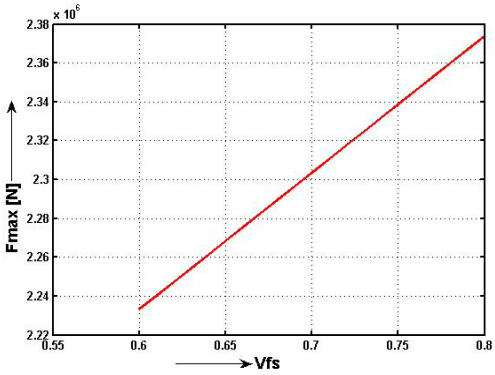

Fig. 1: Variation de la force maximale de la plaque stratifiée en fonction de la fraction de fibre de verre

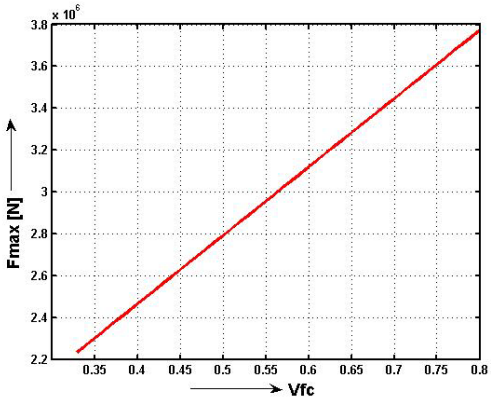

Fig. 2: Variation de la force maximale de la plaque stratifiée en fonction de la fraction de fibre de carbone

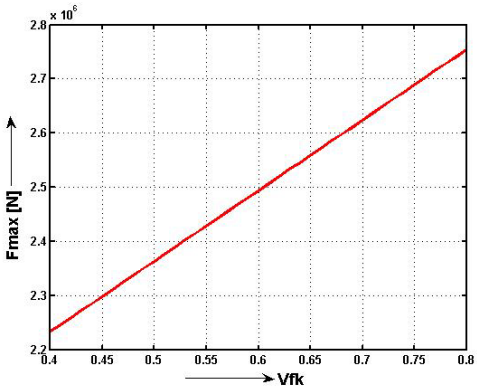

Fig. 3: Variation de la force maximale de la plaque stratifiée en fonction de la fraction de fibre de kevlar

L'analyse des trois figures montre que seulement dans le cas de la variation de la fraction volumique de fibre de carbone nous pouvons obtenir la force désirée de 3000 kN, ce qui corresponde a une augmentation de la fraction volumique de la valeur initiale de 33% à la valeur de 57%.

4.2. Deuxième variante. Le maintien des dimensions de la plaque stratifiée et la variation de l'épaisseur d'un pli

Vue les résultats de notre première variante qui montrent que les fibres de carbone ont la plus grand influence sur les propriétés du stratifié, ici l'étude se fait uniquement pour la variation de l'épaisseur du pli moyen (Fig . 4).

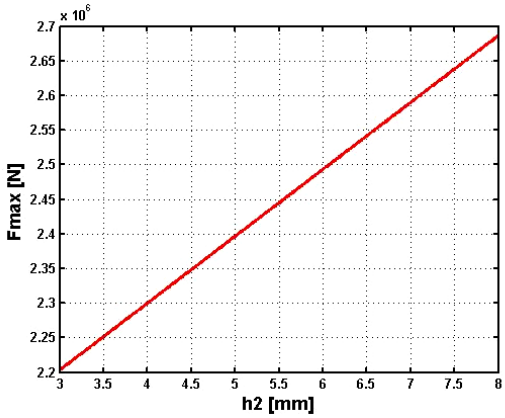

Fig. 4: Variation de la force maximale de la plaque stratifiée en fonction de l'épaisseur du pli moyen

En analysant cette figure nous pouvons tirer la conclusion suivante: pour tout le domaine de variation de l'épaisseur du pli moyen nous n'avons pas obtenu la force désirée de 3000 kN.

4.3. Troisième variante. L'augmentation de la largeur de la plaque stratifiée

L'augmentation de la largeur de la plaque stratifiée a été faite jusqu'au moment de l'obtention d'une force maximale de 3000 kN (Fig. 5).
Les épaisseurs pour les trois plis de la plaque stratifiée ont les valeurs initiales.
La longueur de la plaque a été maintenue constante pour toutes les trois variantes.

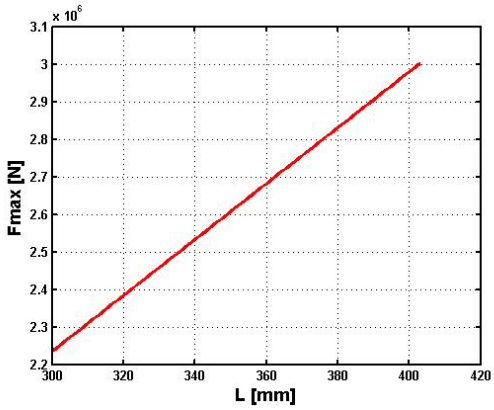

Fig. 5: Variation de la force maximale de la plaque stratifiée en fonction de la largeur de la plaque

En analysant cette figure on observe que la force désirée de 3000 kN a été obtenu pour une largeur de 403 mm (la largeur initiale étant de 300 mm).

5. CONCLUSIONS

Les pièces en matériaux composites stratifiés présentent les avantages suivantes par rapport a celles de la même forme et des même dimensions, mais fabriquées en acier allié:

- l'étude effectuée a démontré que les plaques stratifiées ont des propriétés mécaniques supérieures a celles des plaques en acier allié, dans le cas d'un dimensionnement optimale du stratifié;
- grande résistance à la fatigue;
- faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la corrosion;
- insensibilité aux produits chimiques "mécaniques" comme les graisses, huiles, liquides hydrauliques, etc.
- coefficients de compression et d'extension petits;
- coût réduit.

Le programme réalisé en Matlab donne la possibilité de faire un pré dimensionnement rapide, optimale et adapté à une certaine type de plaque stratifiée. Il est utilisé principalement dans l'industrie par l'entreprise Electroputere de Craiova, mais aussi par la Faculté d'Électromécanique de Craiova dans des buts didactiques.

Références

[1] N. Bahloudi, *Matériaux Composites*. Presses de l'Université Louis Pasteur, Strasbourg, 2006.

[2] W. Kurz, J. Mercier, G. Zambelli, *Introduction à la science des matériaux*, Presses polytechniques romandes, Lausanne, 1987.

[3] S.Degeratu, N. G. Bizdoaca, D. Alexandru, *Sur les propriétés d'un matériau composite à matrice organique renforcée par des fibres de verre*. 5th International Conference on Electromecanical and Power Systems, Vol. I, October 6-8, SIELMEN 2005, Chişinău, pp. 214-217, ISBN 973-716-209-9.

[4] H.I. Ene, H.I., Pasa, G.I., *Homogenization Method.Applications at Composite Materials Theory*, Academy Publishing House, 1987, Romania

[5] H. Teodorescu, *Basics and Mechanics of Polymeric Composite Materials*, Transilvania University Publishing House, 2007, Romania.

[6] Zohdi, T.I., Wriggers, P., *Introduction to Computational Micromechanics*, Lecture Notesin Applied and Computational Mechanics, No.20, Springer, 2005.

[7] Cl. Vasiliu, Al. Constantinescu, P. Bârsănescu, *Ruperea polimerilor*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1992, pp. 247-257.