

## MODELISATION DE L'ASSERVISSEMENT DE POSITION POUR L'INSTALLATION DE LEVAGE

Boteanu NICULAE, Gavrilă MARIN, Ravigan FLORIN

L'université de Craiova, Faculté d'ingénier en electromecanique,  
 nboteanu@em.ucv.ro, mgavrilă@em.ucv.ro, fravigan@em.ucv.ro

**Abstract** – On considérant un pont roulant avec entraînement électrique qui déplacer une charge de masse variable sur une distance et une altitude variable, pour qui la consigne de déplacement doit être atteinte en un temps minimum avec le moins d'oscillations possibles. Il est nécessaire de veillerez à ce que la commande ne demande pas une force supérieure à ce que peut fournir le moteur électrique. En utilisant le model mathématique du pont roulant on peut fait une analyse du système réel et du système linéarisé pour vérifie la validité du modèle linéarisé vis-à-vis du modèle réel

**Le mots clé:** pont roulant, model, system, simulation.

### 1. INTRODUCTION

Pour les charges à une hauteur fixe connue (Fig.1), les mouvements ( $v_x, v_y$ ) par deux axes du chariot 1 et le mouvement  $v_z$  de levage de la charge va provoquer des oscillations indésirables de la charge. Pour effectuer l'asservissement de position de la masse  $m_2$  et atteindre l'emplacement désiré il est nécessaire de élaborer une commande adéquate du chariot. Pour ça une commande vectorielle assure un pilotage de couple de moteur asynchrone.

L'entraînement a lieu par l'intermédiaire d'un moteur et d'un réducteur de vitesse. Ce couple, via un réducteur, exerce une force  $F$  sur le chariot considéré comme grandeur de contrôle. Si on adopte les notations :  $F$ [N] Force développée par le moteur dans la direction du mouvement ;  $m_1$ [Kg] masse du chariot ;  $m_2$  [Kg] masse de la charge ;  $b$  [Ns/m] coefficient de frottement fluide qui s'opposant au

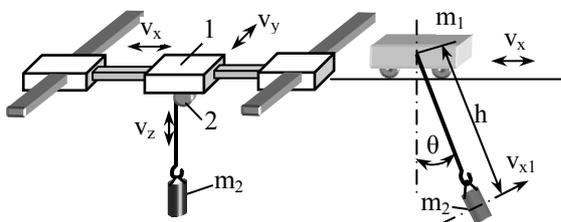


Figure 1: Configuration pont roulant

mouvement du chariot ;  $c$  [Ns/rad] coefficient de frottement qui s'opposant à la rotation pendulaire de la charge ;  $h$  [m] distance de la masse au chariot ;  $g$  [ $m/s^2$ ] accélération de la pesanteur ;  $J$  [ $Kg \cdot m^2$ ]

moment d'inertie de la charge par rapport à son point d'attache ;  $x$  [m] déplacement du chariot ;  $d$  [m] Aplomb de la charge dans la direction  $Ox$ , ont peut fait une analyses du système réel la pour différentes charges et pour différentes hauteurs qui décrire la comportement du charge en positionnement. La charge est mesurée par des jauges de contraintes et aussi la hauteur  $h$  et l'angle  $\theta$  sont mesurés.

### 2. PREPARATION OF PAPERS

On peut considère la mouvement de la charge, la mouvement de chariot et la mouvement d'ensemble. Pour la mouvement de la charge ont considère que la charge est soumise à un mouvement pendulaire, au point d'attache, les forces de réactions du chariot peuvent se décomposer en une force  $R$  colinéaire avec le mouvement du chariot et une force  $N$  de réaction normale. La charge quant à elle n'est soumise qu'à son propre poids et une force de frottement fluide s'oppose au mouvement (fig. 2a). En mouvement, la charge subit trois composantes d'accélération, une dans la direction du mouvement du chariot  $\ddot{x}$ , et les autre deux dues au mouvement pendulaire, la première tangentielle  $h\ddot{\theta}$  et l'autre centripète  $h\dot{\theta}^2$  (fig.2.b).

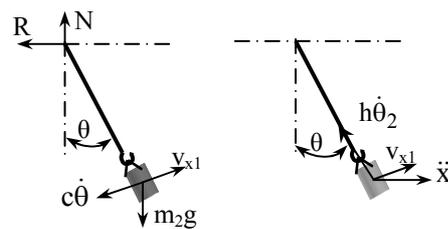


Figure 2 : Equilibre des forces et accélération

En base de l'équation fondamentale de la dynamique dans la direction on obtient

$$-R - c\dot{\theta} \cos \theta = m_2 (\ddot{x} + h\ddot{\theta} \cos \theta - h\dot{\theta}^2 \sin \theta) \quad (1)$$

Sur la direction  $ox_1$  perpendiculaire au pendule on obtient

$$-R \cos \theta + N \sin \theta - m_2 g \cos \theta - c\dot{\theta} = m_2 h \ddot{\theta} + m_2 \ddot{x} \sin \theta \quad (2)$$

Sachant que le moment d'inertie de ce pendule vaut

$$J = m_2 h, \quad (3)$$

pour la charge an mouvement autour de son centre de gravité on peut écrire

$$J\ddot{\theta} = Rh \cos \theta - Nh \sin \theta. \quad (4)$$

Pour la charge en éliminer les composantes R et N

$$-\frac{J\ddot{\theta}}{h} - m_2 g \sin \theta - c \dot{\theta} = m_2 h \ddot{\theta} + m_2 \ddot{x} \sin \theta, \quad (5)$$

ou

$$\ddot{\theta} (J - m_2 h^2) + c h \dot{\theta} + m_2 g h \sin \theta = -m_2 h \ddot{x} \cos \theta. \quad (6)$$

Pour la mouvement du chariot si sur l'axe vertical il n'y a aucun mouvement, les forces s'équilibrent entre le poids du chariot et les réactions des roues. Dans la direction du mouvement se développer la force motrice du moteur F, le frottement fluide  $b\dot{x}$  s'opposant au mouvement et la réaction de la charge sur le chariot R.

Sur l'axe horizontal ox l'équation fondamentale de la dynamique permet d'écrire

$$m_1 \ddot{x} = F + R - b \dot{x}. \quad (7)$$

Si dans l'équation 7 reportons la valeur de la réaction R issue de l'équation différentielle (1) liée au repère ox, on obtient

$$\ddot{x} (m_1 + m_2) + b \dot{x} = F - m_2 h \ddot{\theta} \cos \theta - c \dot{\theta} \cos \theta + m_2 h \dot{\theta}^2 \sin \theta. \quad (8)$$

Pour mouvement de l'ensemble le déplacement x et la rotation  $\theta$  sont régis par deux équations différentielles du second ordre couplées entre elles.

La position recherchée est l'aplomb de la charge soit

$$d = d + r \sin \theta. \quad (9)$$

Les équations différentielles (6) et (7) sont respectivement de la forme

$$\ddot{\theta} = f_1(\ddot{x}) \text{ si } \ddot{x} = f_2(\ddot{\theta}) \quad (10)$$

et pour les simuler, il faut les mettre sous une forme ne nécessitant que des intégrateurs, il apparaît alors dans le schéma de simulation deux boucles algébriques. Afin de lever cette difficulté, il est impératif de résoudre ces deux équations pour trouver des expressions causales.

La résolution de ces deux équations différentielles donne l'accélération linéaire

$$\ddot{x} = \frac{-h^2 m_2 \cos \theta (c \dot{\theta} + g m_2 \sin \theta)}{h^2 m_2^2 \cos^2 \theta - (m_1 + m_2)(J + h^2 m_2)} - \frac{\left( J + h^2 m_2 \right) (F - b \dot{x} - c \cos(\theta) \dot{\theta} + h m_2 \sin(\theta) \dot{\theta}^2)}{h^2 m_2^2 \cos^2 \theta - (m_1 + m_2)(J + h^2 m_2)} \quad (11)$$

et l'accélération angulaire

$$\ddot{\theta} = \frac{h[-b m_2 \cos(\theta) \dot{x} + c(m_1 + m_2 - m_2 \cos^2 \theta) \dot{\theta}]}{h^2 m_2^2 \cos^2 \theta - (m_1 + m_2)(J + h^2 m_2)} + \frac{h \left[ +h m_2^2 \sin \theta \cos(\theta) \dot{\theta}^2 \right]}{h^2 m_2^2 \cos^2 \theta - (m_1 + m_2)(J + h^2 m_2)} + \frac{+h[m_2(F \cos \theta + g m_1 \sin \theta + g m_2 \sin \theta)]}{h^2 m_2^2 \cos^2 \theta - (m_1 + m_2)(J + h^2 m_2)} \quad (12)$$

On constate au regard des relations (11) et (12) qu'elles ont pour forme

$$\ddot{\theta} = f_1(\ddot{x}) \text{ si } \ddot{x} = f_2(\dot{x}, \theta, \dot{\theta}) \quad (13)$$

ce qui ne pose plus de problèmes pour établir le schéma de simulation.

Pour le modèle linéarisé du pont roulant, si l'angle  $\theta$  est faible on peut considère que

$$\sin \theta \approx \theta, \quad \cos \theta \approx 1, \quad \dot{\theta}^2 \approx 0. \quad (14)$$

Dans cette condition pour la position angulaire et le déplacement x de la charge, les équations différentielles (6), (8) et (9) deviennent

$$\ddot{\theta} (J - m_2 h^2) + c h \dot{\theta} + m_2 g h \sin \theta = -m_2 h \ddot{x} \quad (15)$$

$$\ddot{x} (m_1 + m_2) + b \dot{x} = F - m_2 h \ddot{\theta} - c \dot{\theta} \quad (16)$$

$$d = x + h \sin \theta \approx x + h \theta \quad (17)$$

Comme précédemment en les résolvant pour obtenir les dérivées secondes sur l'angle et le déplacement on obtient

$$\ddot{\theta} = \frac{h \left[ -F m_2 - \theta m_2 g (m_1 + m_2) - c m_1 \dot{\theta} + \dot{x} b m_2 \right]}{h^2 m_1 m_2 + J (m_1 + m_2)} \quad (18)$$

$$\ddot{x} = \frac{F (J + m_2 h^2) - \dot{x} b (J + m_2 h^2) + \theta g m_2^2 h^2 - \dot{\theta} c J}{h^2 m_1 m_2 + J (m_1 + m_2)} \quad (19)$$

A partir de deux équations différentielles et de la relation (17), il est facile de définir un schéma de simulation assurant la simulation des régimes dynamiques du pont roulant. On peut d'établir deux formes différentes des équations différentielles pour d'écrire le comportement linéarisé du pont roulant :

- la première forme est issue de la transcription de l'équation fondamentale de la dynamique (les équations différentielles (15) et (16) permettent de définir les fonctions de transfert) ;

- la seconde forme, extraite de la précédente, assure une simulation sans boucles algébriques (a partir des équations (18) et (19) avec la transformée de Laplace on obtient les fonctions de transfert).

## 2. ANALYSE TEMPORALE DU SYSTEME

Pour la simulation notant

$$\theta = y_1, \quad \dot{\theta} = y_2 = \dot{y}_1, \quad x = y_3, \quad \dot{x} = y_4 = \dot{y}_3 \quad (20)$$

les deux équations différentielles on devient

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 (= \ddot{y}_1 = \ddot{\theta}_1) = \\ = \frac{h[-bm_2 \cos(y_1)y_4 + c(m_1 + m_2 - m_2 \cos^2 y_1)y_2]}{h^2 m_2^2 \cos^2 y_1 - (m_1 + m_2)(J + h^2 m_2)} + \\ + \frac{[hm_2^2 \sin y_1 \cos(y_1)y_2^2]}{h^2 m_2^2 \cos^2 y_1 - (m_1 + m_2)(J + h^2 m_2)} + \\ + \frac{h[m_2(F \cos y_1 + gm_1 \sin y_1 + gm_2 \sin y_1)]}{h^2 m_2^2 \cos^2 y_1 - (m_1 + m_2)(J + h^2 m_2)} \\ \dot{y}_3 = y_4 \\ \dot{y}_4 (= \ddot{y}_3 = \ddot{x}_1) = \\ = \frac{-h^2 m_2 \cos y_1 (cy_2 + gm_2 \sin y_1)}{h^2 m_2^2 \cos^2 y_1 - (m_1 + m_2)(J + h^2 m_2)} - \\ \frac{(J + h^2 m_2)(F - by_4 - c \cos(y_1)y_2 + hm_2 \sin(y_1)y_2^2)}{h^2 m_2^2 \cos^2 y_1 - (m_1 + m_2)(J + h^2 m_2)} \end{cases} \quad (21)$$

Le résultat est une système nelineaire

$$\dot{y} = f(y, F), \quad F = u \quad (22)$$

avec le grandeur d'entrée F, que peut écrire ainsi

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = f_2(y, u) \\ \dot{y}_3 = y_4 \\ \dot{y}_4 = f_4(y, u) \end{cases} \quad (23)$$

Les programmes Matlab-Simulink écrit par équation (21) simuler l'évolution des caractéristiques

```

sim_pont_nel.m
clear, clc,
global h tfin
t0=0; tfin=60;
y0=[0 0 0 0];
[t,y]=ode45(pont_nel,[t0 tfin],y0);
d=y(:,3)+h*sin(y(:,1));
subplot(2,1,1);
plot(t,y(:,1)*180/pi,'k-');title('Position angulaire
[rad]');pause;
subplot(2,1,2);
plot(t,y(:,2),'k-');title('Vitesse angulaire
[rad/sec]');pause;
clf; plot(t,y(:,3),'k-',t,d,'b:');title('Deplacement et
Aplomb [m]');legend('x','d');pause
pont_nel.m function yprim=pont_nel(t,y);
m1=200; m2=500; b=1000; c=100; h=6;
g= 9.81; J= m2*h^2;

```

Par simulation pour diverses charges et hauteur h on obtenir l'évolution temporelle pour position angulaire  $\theta$ , vitesse angulaire  $\dot{\theta}$ , déplacement x et aplomb d de la charge (Fig.3, Fig.4 et Fig 5). On peut considère le chariot en repos (system immobile  $F=0$ ), ou en

mouvement avec la force F constant ou variable, pour qui on peut analyser diverses caractéristiques de fonctionnements.

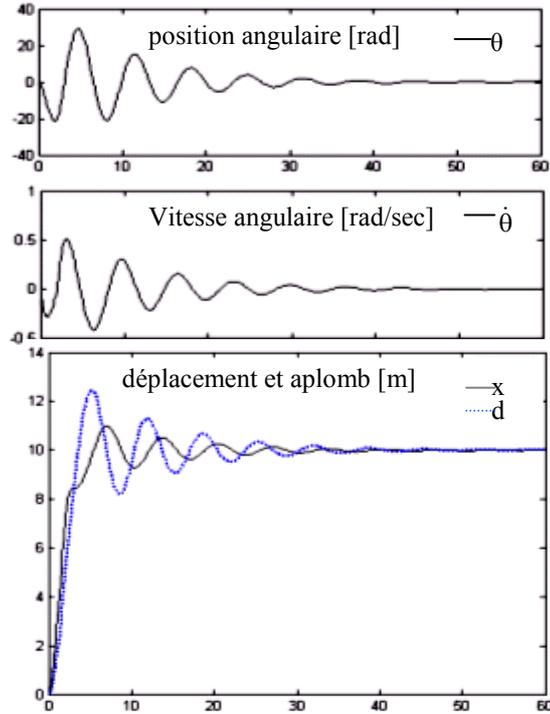


Figure 3: Position angulaire  $\theta$ , vitesse angulaire  $\dot{\theta}$ , déplacement x et aplomb d pour  $m_2=500$ [Kg];  $h=6$ [m]

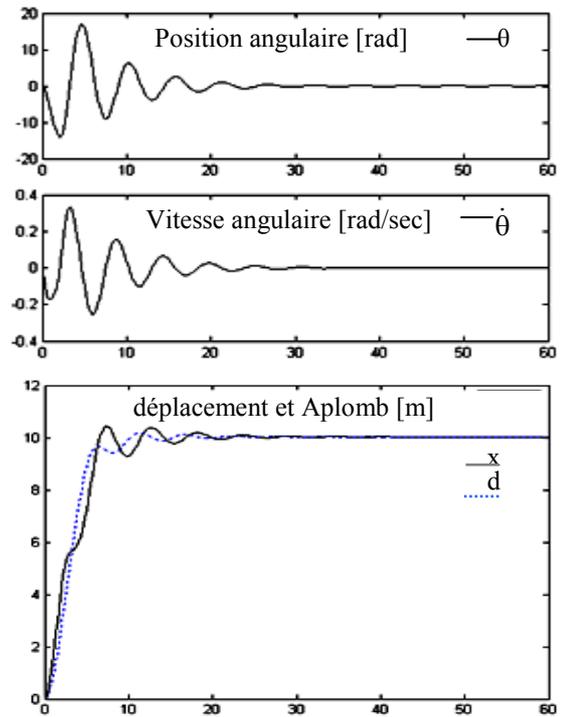


Figure 4: Position angulaire  $\theta$ , vitesse angulaire  $\dot{\theta}$ , déplacement x et aplomb d pour  $m_2=500$ [Kg];  $h=2$ [m]

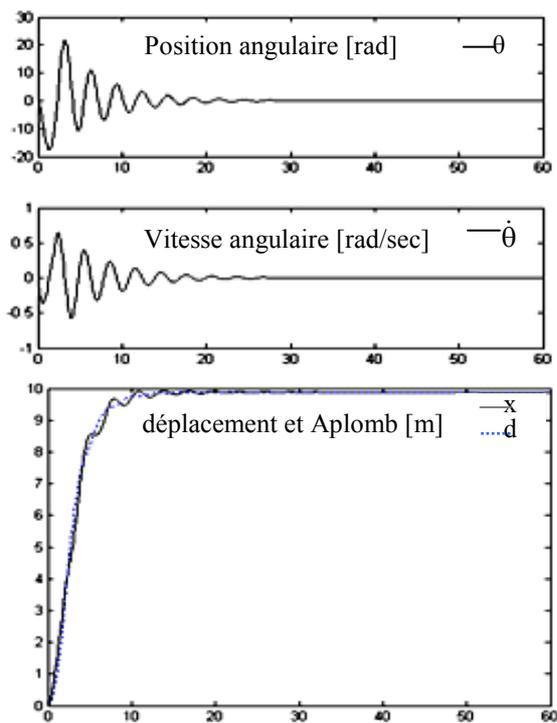


Figure 5: Position angulaire  $\theta$ , vitesse angulaire  $\dot{\theta}$ , déplacement  $x$ , aplomb  $d$  pour  $m_2=2000[\text{Kg}]$ ;  $h=2[\text{m}]$

### 3. CONCLUSIONS

Les résultats présentent le désavantage de quelques expressions plus compliquées, mais la présence de la technique de calcul élimine ce obstacle. Les résultats exprimés pour diverses charges et hauteur permet de

fait d'observation qualitative mais on peut déterminer exactement l'indice de qualité et de performances. Pour la première situation on obtient des oscillations de maximum 25% pour l'aplomb, de 10% pour déplacement et de maximum  $30^\circ$  pour position angulaire  $\theta$  et un régime transitoire d'approximativement 40 secondes. Pour la deuxième situation on obtient des oscillations de maximum 10% pour déplacement et l'aplomb, de maximum  $50^\circ$  pour position angulaire  $\theta$  et un régime transitoire d'approximativement 40 secondes. Pour la troisième situation on obtient des oscillations très petites pour déplacement et l'aplomb, de maximum  $20^\circ$  pour position angulaire  $\theta$  et un régime transitoire d'approximativement 15 secondes.

Les résultats obtenus peuvent être utilisés dans la projection et à la commande des systèmes d'entraînement électrique du pont roulant et assurant ainsi les plus petites oscillations pour la charge par une commande adéquate du chariot

### References

- [1] C. Belea, *Teoria sistemelor*, Editura Didactică și Pedagogică, Bucuresti, 1985.
- [2] N. Boteanu, *Comanda optimală a instalațiilor de transport continuu cu bandă*, Teză doctorat, Univ. din Petroșani, 2003.
- [3] N. Boteanu, *Instalații de ridicat și transportat*, Reprografia Universității din Craiova, 1997.
- [4] M. Ghinea, V. Firețeanu, *Matlab, calcul numeric, grafică, aplicații*, Editura Teora 1995.