

## SIMULATION DES REGIMES TRANSITOIRES PARTICULIERS DANS LES CIRCUITS OSCILLANTS AUX INDUCTANCES NON LINEAIRES

**Marian BADEA, Dan Gabriel STĂNESCU**

*Université de Craiova, Faculté d'Electrotechnique  
e-mail: mbadea@elth.ucv.ro, dstanescu@elth.ucv.ro*

**Résumé** - On détermine les paramètres qui assurent la meilleure fidélité pour l'enregistrement des signaux à variation brusque. Les signaux de type échelon et surtout de type impulsion réalisés permettent de bien approcher le comportement des éléments non linéaires dans les régimes les plus spécifiques. On propose des nouveaux schémas utilisables aussi en régimes quasi stationnaires et des méthodes originales pour simuler les conditions initiales valables pour n'importe quel modèle de bobine soit analytique soit graphique (paires de points). Sont donnés d'une manière comparative les graphiques des différents schémas et régimes de fonctionnement.

**Mots clef:** *Impulsion, échelon, sauts de régime, conditions initiales, non linéarités*

### 1. INTRODUCTION

La conception des circuits exige souvent de connaître la réponse de ces circuits à un signal type échelon ou à un signal type impulsion. La vérification de certains calculs demande aussi la simulation numérique de l'influence des conditions initiales pour déterminer l'effet des régimes antérieurs. Pour ces buts on peut utiliser un simulateur standard, dans ce travail étant choisie la version 8 du logiciel SPICE fourni par INTUSOFT.

Dans le matériau qui suit on se propose:

**A.** Utiliser un régime de simulation qui assure une fidélité aussi élevée que possible de l'enregistrement graphique et les résultats les plus proches par rapport aux résultats obtenus par d'autres méthodes. On a considéré nécessaire et on a confirmé par de simulations supplémentaires l'amélioration de la tolérance relative (RELTOL) jusqu'à 0.0001 et une réduction du pas de temps de l'enregistrement à 1/25000 du temps total accompagnée par la limitation du pas maximum interne, TMAX, à une valeur réduite, de 1/5000 T<sub>enreg</sub>. En ces conditions le simulateur conserve toutes ses propriétés, y incluant la dérivation et l'intégration des graphiques.

En fait toutes ces mesures destinées à rendre sensible le simulateur ont poursuivi d'obtenir des résultats identiques fournies par les méthodes principales de calcul, soit la méthode du trapèze et de Gear. On a préféré la méthode du trapèze, connue pour sa

stabilité absolue élevée aux pas de temps courts utilisés. De même on a obtenu, dans ces conditions, des représentations très satisfaisantes des signaux idéaux échelon et impulsion. Une autre confirmation de la justesse des mesures indiquées est donnée par la comparaison des expressions:

$$\varphi = Li \text{ et } \varphi = \int u dt \quad (1)$$

**B.** Introduire des modèles diversifiés des éléments non linéaires qui présentent une bonne stabilité (convergence) aux variations brusques des signaux, en renonçant, autant que possible, de forcer les algorithmes initiaux considérés optimaux, par la modification des OPTIONS. La seule exception a été RELTOL et en une moindre mesure ITL4. On a préféré initialement les modèles analytiques qui ne limitent pas en valeur le mode de variation des tensions, courants, charges ou flux. De même, on a considéré les caractéristiques obtenues par points, fréquemment utilisées en pratique, introduites dans les schémas à l'aide de l'élément TABLE. On a tenu compte que pour l'analyse aux signaux faibles dans le domaine des fréquences on a besoin d'exprimer le paramètre L comme fonction de courant et le paramètre C comme fonction de tension au lieu des caractéristiques primaires ( $\varphi, i$ ) et ( $q, u$ ) plus efficaces dans les calculs numériques.

**C.** Comparer la réponse à l'impulsion avec la réponse à l'échelon pour des circuits identiques ou aux caractéristiques très approchées. Afin d'examiner simultanément les réponses on a choisi les échelles de temps et des valeurs de telle manière que les deux types de réponse aient en général la même échelle graphique. Ainsi on justifie les paramètres L et C de valeur très grande et les fréquences (en général fréquences libres) de valeur très réduite. En ces circonstances si les éléments non linéaires étaient remplacés par d'autres éléments linéaires on vérifie par simulation que la réponse à l'impulsion représente la dérivée de la réponse à l'échelon corrigée par d'éventuelles conditions initiales. C'est la raison d'imposer que l'aire de l'impulsion (de durée très courte) soit égale à la hauteur de l'échelon.

**D.** Illustrer concrètement la signification des conditions initiales pour les éléments à mémoire, spécialement non linéaires et les méthodes pratiques pour la simulation de ces conditions. A la différence des circuits électroniques où le point de repos qui détermine couramment les conditions initiales est établi par les sources auxiliaires (de polarisation) de courant continu dans beaucoup d'installations de puissance l'état initial analysé est déterminé par les régimes transitoires antérieurs. Il a fallu adapter au spécifique du simulateur le fait que le flux, respectivement la charge sont les facteurs déterminants au changement du régime de fonctionnement. Un problème particulier est de simuler la réciprocity de la liaison flux – courant et charge – tension en régimes stationnaires et d'adapter dans ce but les modèles dont la plupart sont basés sur les effets dynamiques exprimés par dérivées et intégrales.

## 2. PARAMETRES DE SIMULATION ET REGIME DE FONCTIONNEMENT

**A.** Régime de fonctionnement. Puisque le fonctionnement d'un circuit dynamique non linéaire peut être simulé en régime transitoire seulement et la comparaison commode des grandeurs avec leurs dérivées implique d'intervalles de temps d'ordre unités (secondes) on a utilisé en principal une commande de type

TRAN 2m 50 0 10m UIC

La génération des signaux particuliers est montrée à la fig. 1 où sont présentées des impulsions équivalentes à l'aire égale à 1.2. L'impulsion ainsi modélisée était considérée comme la dérivée de l'échelon de hauteur 1.2.

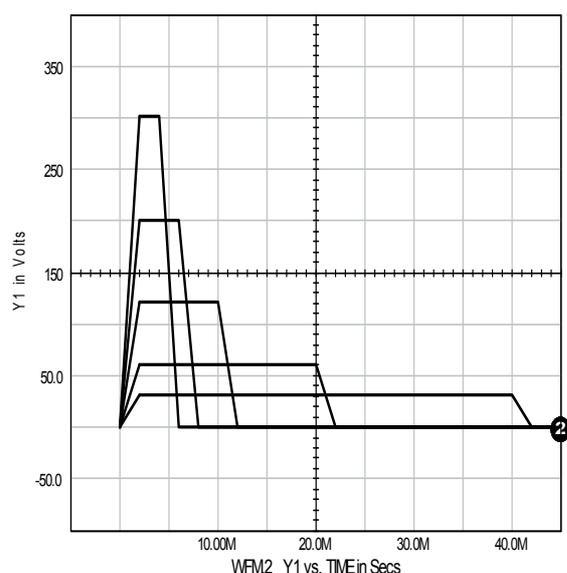


Figure 1: Impulsions équivalentes.

Dans les graphiques obtenus par simulation on n'observe pratiquement aucune différence lorsqu'on change entre eux les signaux sur la figure. Bien que les aires sont respectivement 300 x 4m, 200 x 6m, 120 x 10m, 60 x 20m, 30 x 40m, la définition du signal de la source doit considérer les temps finis de pente, dans ce cas 2 ms, donc on inscrit les signaux PULSE 0 300 0 0 0 2m, PULSE 0 200 0 0 0 4m, PULSE 0 120 0 0 0 8m, ...60 0 0 0 18m, ...30 0 0 0 38m. Comme on voit sur la figure, les retards aux pentes corrigent l'aire dans le sens désiré. A retenir aussi que la durée maximale d'une impulsion reste encore négligeable dans les graphiques courants qui ont sur l'abscisse 50 secondes.

**B.** On a considéré comme élément non linéaire une inductance à caractéristique magnétique de type saturation. La bobine est introduite dans le circuit oscillant série qui contient aussi un condensateur et une résistance d'amortissement. Comme modèle analytique initial a été utilisée la fonction  $i=a\varphi +b\varphi^7$ . Elle implique la présence du flux qui en l'absence d'une inductance connue peut être modélisée seulement comme l'intégrale de la tension conformément à la loi de l'induction  $u=d\varphi/dt$  à l'aide d'un intégrateur indiqué à la fig. 2 associé avec la source non linéaire de courant B1 (la bobine) et avec d'autres éléments introduits dans un circuit oscillant.

On peut obtenir un modèle de bobine qui exprime l'inductance variable comme fonction de courant en essayant une solution approchée pour l'équation de septième degré de type  $\varphi=mi^{1/7}$  suivie de corrections de valeur constante afin d'éviter une pente infinie dans l'origine des axes et de régler cette pente. On est parti de l'expression

$$L_s = \frac{\varphi}{i} = \frac{mi^{1/7}}{i^{7/7}} = \frac{m}{i^{6/7}}. \quad (2)$$

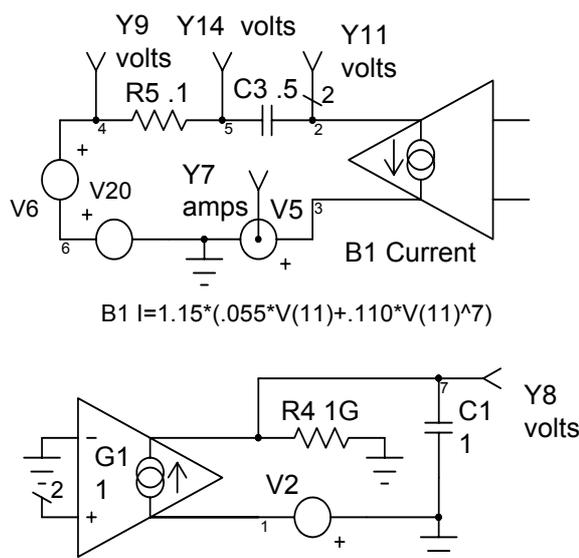


Figure 2: Modèle analytique  $i(\varphi)$  de la bobine.



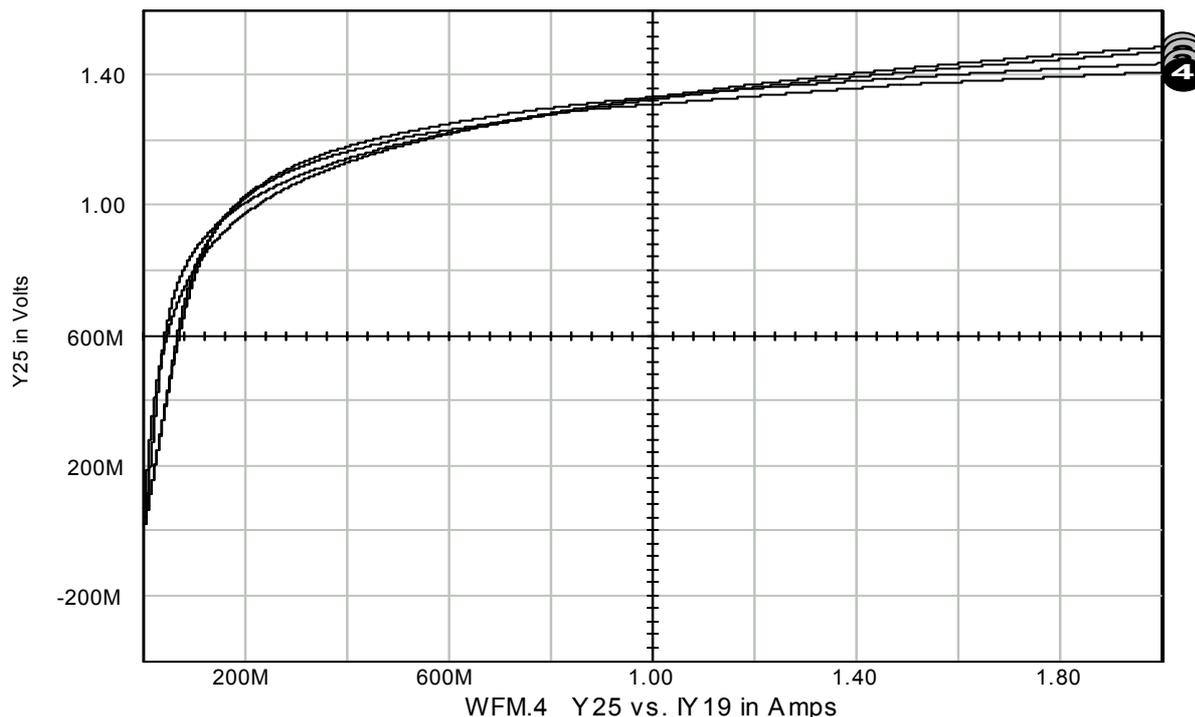


Figure 6: Caractéristiques flux – courant pour les quatre modèles.

Les caractéristiques magnétiques superposées sont données à la fig. 6. On a inclus la zone d'intérêt 0 - 2A pour le courant et 0 - 1.4Wb pour le flux. Les caractéristiques PWL présentent une pente plus molle et constante aux courants faibles mais une saturation plus rapide pour courants  $> 1A$ .

La comparaison des réponses aux signaux particuliers montre une similitude satisfaisante dans la zone des valeurs considérées.

C. Dans le schéma de travail de l'annexe 2 on applique des signaux identiques aux quatre circuits qui diffèrent par le modèle de la bobine seulement. Puisque les modèles avec source de courant B s'avèrent très stables on a essayé de tracer les graphiques correspondants par des lignes en gras. Il faut compter certaines non symétries introduites par les corrections dans le modèle analytique ( $L, i$ ) manifestées au changement du signe des valeurs instantanées non symétries qui sont visibles surtout dans un régime périodique pour un signal sinusoïdal appliqué.

Les valeurs des signaux à l'entrée étaient choisies d'une manière qui permet d'utiliser la zone de courbure maximale de la caractéristique ( $\phi, i$ ), zone qui produit les non linéarités les plus accentuées, ce choix étant une justification pour l'échelon de tension de 1.2V appliqué.

Sur la fig. 7 sont donnés les graphiques d'évolution par rapport au temps des quatre courants et de la tension de la bobine PWL  $i(\phi)$  comme réponses à l'échelon 1.2V. La conservation des conditions initiales a imposé que l'échelon soit supporté par la tension de la bobine comme on voit sur la figure.

La fig. 8 présente les graphiques des mêmes grandeurs mais cette fois pour une *impulsion de tension d'aire 1.2* ( $60 \times 20m$ ) appliquée à l'entrée. On voit aussi que l'impulsion est supportée par la tension de la bobine ( $u_C$  croît lentement de zéro) mais le courant croît rapidement jusqu'au maximum à l'intervalle 22 ms après lequel commence décroître lentement. Ainsi on a la simulation d'un saut (échelon réduit) de courant à une impulsion de tension conformément à la relation  $u=Ldi/dt$ . A une échelle beaucoup plus réduite du temps on observe ce détail au centre de la fig. 8.

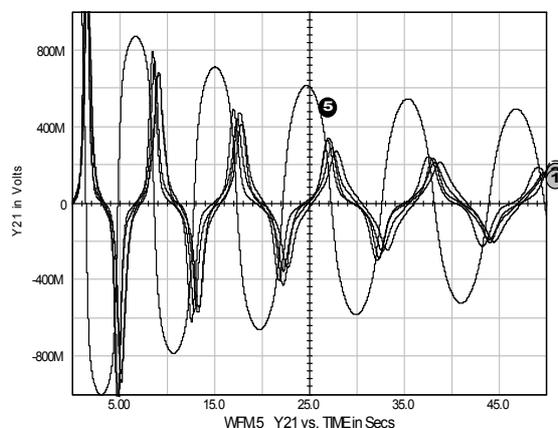


Figure 7: Réponses (4 courants et une tension) à l'échelon de tension 1.2V.

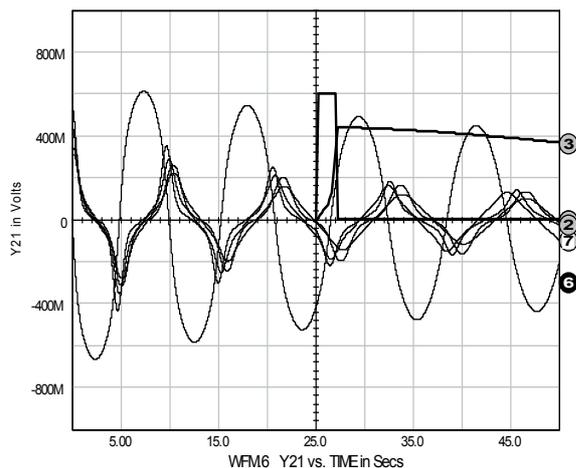


Figure 8: Réponses à l'impulsion d'aire (60 x 20m).

Puisque tous les graphiques (à l'exception du détail) correspondent au temps total 50 sec ayant la même hauteur, de -1 à 1 ampère ou volt il est facile de comparer les deux régimes. Le régime de l'impulsion a des valeurs un peu plus petites dans la situation concrète choisie pour l'analyse mais toutes les variables ont le même ordre de grandeur.

**D.** Pour les éléments linéaires (L et C étant des constantes) les conditions initiales, courant de la bobine et tension du condensateur sont clairement implémentées par la commande IC=x dans le tableau de données (version 8) ou dans la fenêtre de dialogue (versions antérieures). Pour les modèles à sources de courant liées (type B), non linéaires dans ce cas, il n'existe pas une telle commande (IC=) et pour les modèles avec L ou C comme fonctions d'autres grandeurs même si elle est acceptée, elle présente de ambiguïtés du point de vue de l'effet des valeurs introduites et réduit la stabilité de la simulation surtout au modèle PWL (L,i). Pour corriger la non-convergence dans cette situation il faut agrandir le paramètre ITL4. Mais le changement des enregistrements est négligeable lorsqu'on ne dépasse pas ITL4=100. Comme exemple, pour partir d'un courant initial de 1.00A au modèle analytique (L,i) on a donné la commande IC=42.26m (milliampères) et pour le modèle PWL (L,i) la commande IC=144.8m ITL4 étant 100. Les modèles (φ,i) à sources commandées en flux peuvent utiliser aussi la commande IC=x mais non pas dans le circuit oscillant principal mais dans l'intégrateur de tension qui détermine le flux. C'est le condensateur de 1F où est mesuré ce flux qui reçoit la commande. Les valeurs du flux au courant 1A sont 1.325 pour le modèle analytique et 1.334 pour le modèle PWL. L'ensemble des courants et une des tensions est donné sur la fig. 9. Il est à voir la similitude avec la réponse à l'impulsion, les valeurs étant plus élevées donc  $L_d$  plus petites et les fréquences libres plus grandes.

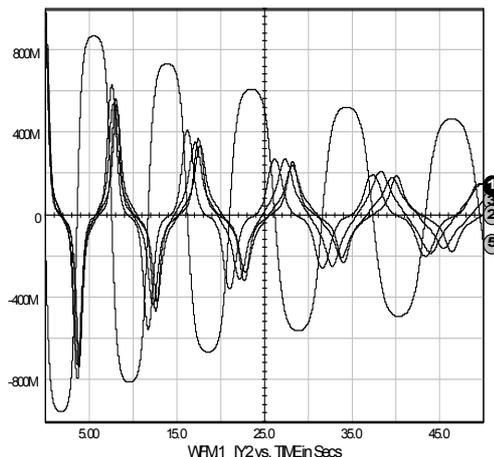


Figure 9: Réponses des circuits aux conditions initiales imposées.

Une justification simple de la similitude est, en admettant en principe qu'on peut utiliser la transformée de Laplace, la relation

$$U(s) = sL_s I(s) - \Phi(0) \quad \text{equivalente} \quad (4)$$

$$a \quad U = RI - E \quad \text{du regime stationnaire.}$$

Le correspondant dans le domaine du temps de la constante  $\Phi(0)$  ou  $I(0)$  qui agit comme une source dans le schéma équivalent est une impulsion.

Une telle équivalence de la condition initiale de la bobine à une impulsion du flux dans le schéma série offre la possibilité de créer un procédé d'introduire les conditions initiales valable pour tout modèle non linéaire, évidemment aussi pour bobines linéaires. Dans le schéma principal de l'annexe 2 on a utilisé des sources auxiliaires de tension dans les branches inférieures des schémas particuliers placées au lieu des sources de courant qu'on y voit. Ces sources servent à produire les impulsions  $\Phi(0)$  dans le circuit principal des bobines leur tension électromotrice étant dirigée dans le sens du courant. Les valeurs introduites sont les correspondantes du courant 1A sur les quatre caractéristiques magnétiques ( $\phi,i$ ). L'utilisation des graphiques réduit la précision dans la détermination des flux qui ont été appréciés aux valeurs 1.33, 1.32, 1.335, et 1.31. Les courants qui résultent, environ de la valeur 1A, voir la fig. 10, semblent bien à ceux de la fig. 9. L'impulsion des sources est supportée par les tensions des condensateurs.

On a observé que les modèles à variations brusques de la pente des caractéristiques ex. celui qui contient la fonction module sont simulés plus précisément et avec une meilleure convergence si l'option ITL4 est plus grande que 20 (la valeur initiale de l'algorithme du pas variable étant 10).

On a réussi de plus de créer des conditions initiales identiques par leur effet à celles qui ont été présentées

ci-dessus à l'aide des sources de courant connectées en série dans le circuit au moment zéro et découplées (dans le sens de court-circuitées) après un temps très court de 6 – 10ms. Un certain désavantage est la présence des interrupteurs de court-circuit de type SW commandés en tension mais il n'y a pas de problèmes de convergence lorsqu'on prend, par ex.  $RON=10\mu\Omega$  et  $ROFF=0.1M\Omega$ . Le schéma utilisé est donné dans l'annexe 2. L'avantage signifiant est la précision non limitée pour introduire les courants initiaux avec l'utilisation pour n'importe quel type de bobine. Le signal de la source a été pris de la manière la plus simple, 1A courant continu.

Pour les bobines linéaires on a l'équivalence entre la condition (courant) initiale et une source de courant au signal type échelon de hauteur égale à IC en parallèle avec la bobine, équivalence vérifiée aussi par simulation. Mais dans le cas analysé des bobines non linéaires un tel schéma parallèle crée de problèmes concernant la convergence du calcul numérique et la compatibilité des connexions, étant pratiquement non utilisable.

### 3. CONCLUSIONS

Pour modeler avec une bonne précision les signaux échelon et surtout les signaux impulsion on nécessite un pas d'enregistrement plus court que possible ( $1/20000 - 1/25000$ ) du temps total. Il s'impose la diminution simultanée de RELTOL sous 0.0002. Aux pas et tolérance ainsi réduites on a vérifié qu'une valeur optimale pour TMAX est 10m (5 x pas d'enregistrement) et non moins que 2m comme on procède couramment pour les pas normaux. Pour assurer la convergence aux sauts des paramètres et des signaux on a adopté  $ITL4=50$  (au lieu de 10).

Les modèles à sources de courant liées présentent une très bonne convergence de la simulation en tout régime transitoire tandis que les modèles à inductance variable demandent certaines limitations surtout aux signaux sinusoïdaux appliqués.

Il n'existe pas de problèmes spécifiques en cas d'application des signaux impulsion mais les réponses ne représentent plus les dérivées des réponses aux signaux échelon les différences étant considérables. Pour les mêmes signaux appliqués aux circuits linéaires on a vérifié précisément la propriété en discussion de la dérivée.

La plus générale, simple et stable méthode pour modeler les conditions initiales est d'introduire dans le circuit principal une impulsion de tension égale comme surface au flux initial. La grandeur du flux correspondant à un courant initial donné doit être déterminée autant que possible avec précision.

Avec un minimum de précautions on peut alimenter le circuit série par une source de courant égal à  $i(0)$  pour un temps très court après lequel la source est court-circuitée à l'aide d'un interrupteur. La méthode est

aussi générale que la précédente. Dans le cas analysé on n'a pas observé de différences quand la durée de connexion a été modifiée entre 2 – 40 ms.

### Remerciements

Ce travail a bénéficié du support du Programme National Roumain de Recherche et Développement PN II, Contrat de recherche no. 7-145/2007.

### Bibliographie

- [1] Badea, M., *Sur la modélisation des éléments dynamiques non linéaires de circuit dans les programmes standard de simulation*, Analele Univ.din Craiova, seria Electrotehnca, 2005.
- [2] Badea, M., *Tranzitoires et régimes permanents dans les circuits R C inductance non linéaire sous tension sinusoïdale*, Analele Universitații din Craiova, seria Electrotehnca, 2006.
- [3] Badea, M., Mandache, L., *Leçons sur l'analyse et la synthèse des circuits électriques*, vol. 1, vol. 2, Editura Aius, Craiova, 2000 – 2001.
- [4] Badea, M., Mandache, L., (2002), *Modèles des éléments non linéaires et simulation des circuits oscillants contenant ces modèles*, Proceedings on the ICATE of Faculty for Electrical Engineering, Craiova - Băile Herculane, oct. 2002.

### ANNEXE 1

*Modélisation du paramètre inductance comme fonction de courant.* La nécessité des modèles pour lesquelles le régime de fonctionnement n'implique pas le flux peut apparaître lorsque la bobine non linéaire ayant une aimantation en courant continu fonctionne aux petits signaux et on veut déterminer des caractéristiques de fréquence. Une telle situation peut avoir lieu aux amplificateurs magnétiques. C'est un analogue du point de travail dans les circuits électroniques rendus linéaires pour signaux faibles. On a présenté une méthode d'obtenir analytiquement la fonction  $L(i)$ . On y présente un procédé pour réaliser cette fonction par points. Afin d'accomplir ce but, la bobine du modèle PWL à source liée, sans condensateur, est alimentée par une source de courant dont le signal varie linéairement (PWL) en régime transitoire de -3 à 3 ampères au cours de deux secondes. On établit 100 points et par la commande .CONTROL ..est crée  $L_s = \varphi/i$  qui est enregistrée dans l'éditeur de sortie. Après avoir copié le tableau par ex. en Word on remplace le temps par les valeurs du courant qui sont passées à droite du flux. Le tableau modifié est introduit dans un élément TABLE. Le programme utilisé est donné à la fig. 11 où sont retenues les lignes représentatives seulement.

```

.TRAN 20m 2 0 10m
.control
save v(4) i(v8)
alias ind v(4)/i(v8)
view tran ind
.endc
.print tran ind
.options interpor=5
.OPTIONS method=GEAR
.OPTIONS reltol=0.002
.PRINT TRAN V_4
.PRINT TRAN I_V8
.PRINT TRAN V_7
.PRINT TRAN V_2
C2 9 4 1P IC=0
B2 5 3 I=18M*V(2)
A1 1 2 PWL_001
.MODEL PWL_001 Pwl( xy_array=[-3.0M -6.0K -2.7M -3.0K -2.5M
+ -1.65K -2.4M -1.27K -2.3M -980.0 -2.2M -735.0 -2.1M -515.0
+ -2.0M -350.0 -1.9M -224.0 -1.8M -142.0 -1.7M -83.0 -1.6M
+ -47.0 -1.5M -29.0 -1.4M -18.2 -1.3M -12.8 -1.2M -9.3 -1.1M
+ -7.2 -1.0M -5.7 -900.0U -4.8 -800.0U -4.0 -700.0U -3.5
+ -600.0U -3.0 -500.0U -2.5 -400.0U -2.0 -300.0U -1.5 -200.0U
+ -1.0 -100.0U -500.0M 0.0E+000 0.0E+000 0.0E+000 0.0E+000
+ 100.0U 500.0M 200.0U 1.0 300.0U 1.5 400.0U 2.0 500.0U 2.5
+ 600.0U 3.0 700.0U 3.5 800.0U 4.0 900.0U 4.8 1.0M 5.7 1.1M
+ 7.2 1.2M 9.3 1.3M 12.8 1.4M 18.2 1.5M 29.0 1.6M 47.0 1.7M
+ 83.0 1.8M 142.0 1.9M 224.0 2.0M 350.0 2.1M 515.0 2.2M 735.0
+ 2.3M 980.0 2.4M 1.27K 2.5M 1.65K 2.7M 3.0K 3.0M 6.0K]
+ input_domain=10.0M fraction=TRUE)
V8 3 0
R6 5 9 1T
I2 0 8 PWL 0 -3 1 0 2 3
R11 8 5 1
E2 4 0 0 9 1E15
*#save @E2[i] @E2[p]
E3 1 0 4 0 1.20M
*#save @E3[i] @E3[p].END

```

Figure 11: Extrait du logiciel qui réalise l'élément TABLE : L(i).

Dans la fig. 12 est donné le graphique de l'inductance et le graphique du flux tous les deux comme fonctions de courant.

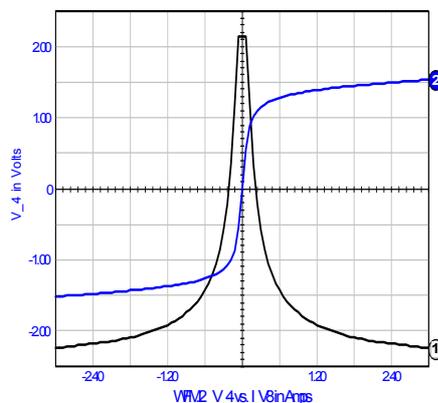


Figure 12: Inductance comme fonction de courant et la caractéristique de magnétisation qui résulte par la simulation.

## ANNEXE 2

Le schéma principal de travail en version avec sources de courant pour simuler les courants initiaux est présenté sur la fig. 13. Les interrupteurs qui court-circuitent les sources après 10ms y sont inclus. A la fig. 12 est donné le graphique de l'inductance et le graphique du flux tous les deux comme fonctions de courant.

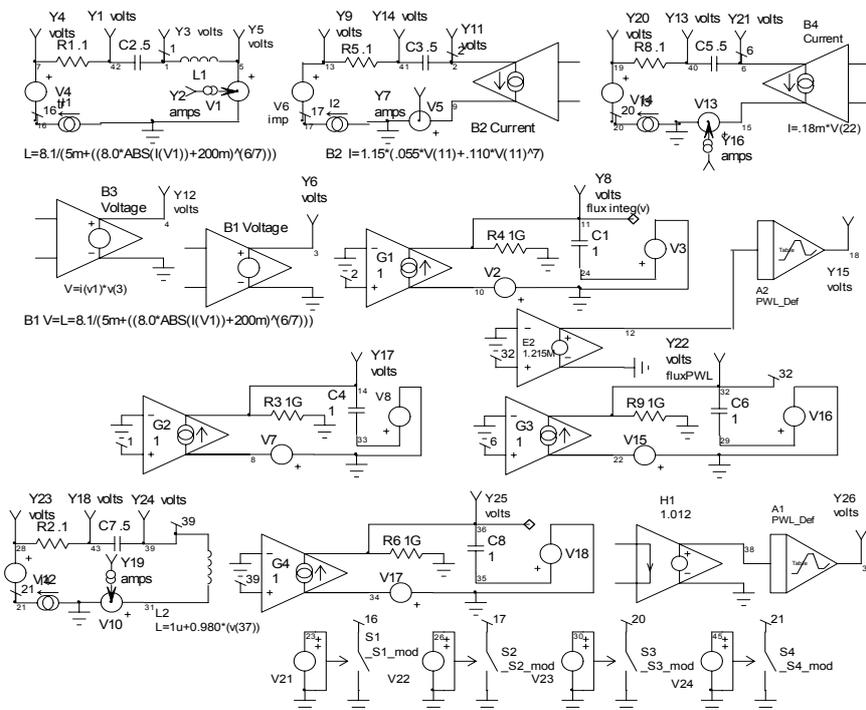


Figure 13: Schéma de simulation simultanée des quatre circuits oscillants.