



ETUDE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE PANNEAUX SANDWICHS A L'IMPACT

Safwan MOUSSADDY*, Mohammad ABDUL-WAHAB*, Nazih MOUBAYED* et
Peter DAVIES**

*Université Libanaise – Faculté de Génie 1 – Liban

**Laboratoire Matériaux Marins, IFREMER, Centre de Brest – France

Abstract – The paper describes the development of a modal acceleration method which allows the study of the dynamic behaviour of the composite materials sandwich panels when an impact with a rigid sphere occurs. The goal is to predict the global fault. Following the Hertz theory, a penetration law generally describes the local behaviour following the effects of the impact. For the impact analysis there are considered two types of sandwich panels with orthotropic layers, having the same density, but different shock properties. The experimental tests consist in measuring the contact forces and the displacements. Their comparison with the values obtained based on the model show a satisfactory correlation. The simulation also allows the identification of the materials parameters which mainly determine the occurrence of the faults following a dynamic stress.

Keywords: Composite, impact, dynamic behaviour, sandwich.

1. INTRODUCTION

En raison de leur avantage ; grande rigidité forte résistance à la rupture et faible poids par unité de surface, les structures sandwichs en matériaux composites jouent aujourd'hui un rôle important dans l'industrie. Ces matériaux composites à matrice polymères renforcée par des fibres de verre sont de plus en plus employés dans des secteurs aérospatiale, aéronautique, automobile, offshore-pétrolier et la construction navale. Les matériaux sandwichs sont depuis lors devenus de plus en plus populaires dans ces domaines. Dans les structures navales en service, les objets flottants ou l'impact de vagues risquent des dommages qui peuvent affecter l'utilisation ultérieure de structures sandwichs, le dommage interne induit peut devenir sévère et affaiblir la structure. L'effet de l'impact à vitesse est donc une menace pour la sécurité de structures en composites.

Pour étudier l'apparition d'un endommagement global, une modélisation de la réponse dynamique de

la structure complète (construction de l'empilement et conditions aux limites) s'avère nécessaire. Elle s'effectue sur la structure intégrée en comportement élastique linéaire, tout en tenant compte pour le bilan énergétique de l'écrasement sous l'impacteur. La vérification des critères d'endommagement peut être ensuite opérée classiquement en post-traitement, à partir des déformations linéaires calculées à tout instant.

La réponse dynamique est obtenue par une méthode d'accélération modale, les modes propres provenant de la résolution analytique du problème simplifié de la plaque sandwich en vibration, avec des conditions aux limites simples. Le modèle de plaque sandwich retenu, du type Whitney-Pagano [1] et Reissner-Midlin [2], prend en compte le cisaillement transverse dans l'âme. Il est ensuite possible de calculer le champ de déplacement et de déformations en tout point.

Pour obtenir le chargement dynamique appliqué à la structure, c'est-à-dire la force de contact due à l'impacteur, il est nécessaire de choisir une loi d'indentation décrivant les effets locaux du choc. Une loi du type Hertz, identifiée expérimentalement, a été retenue.

Pour la validation du modèle, l'impact à faible énergie est obtenu par la chute d'une sphère rigide de masse 10.9 kg avec des vitesses incidentes comprises entre 1 et 10 m/s. Deux sortes de panneaux sandwichs à matrice organique ont été observés. Enfin connaissant les caractéristiques mécaniques des peaux et de l'âme à la rupture, la théorie des plaques épaisses en élasticité linéaire nous permettra dans la suite du projet de déterminer la fin du domaine d'élasticité linéaire.

2. MODELE DYNAMIQUE

De nombreux auteurs se sont déjà intéressés à l'étude du comportement dynamique de panneaux soumis à

l'impact. On peut citer parmi d'autres, Timoshenko [3] qui a étudié en détail le problème du choc pour des matériaux isotropes. Pour des matériaux composites Chen & Sun [4] utilisent la théorie des plaques de Mindlin et la prise en considération des grandes déformations de Karman pour traiter le problème de contact par la méthode des éléments finis. Une approche dynamique assez simple a été retenue ici, basée sur une méthode d'accélération.

2.1 Equations du mouvement

Nous étudions le cas d'une plaque sandwich à peaux symétriques orthotropes simplement appuyée et soumise à un impact. A ce titre, nous utilisons la théorie des plaques multicouches développée par Whitney et Pagano [1].

Les hypothèses fondamentales de la théorie des plaques sandwichs sont :

- la plaque est constituée d'un empilement de couches parallèles et minces d'épaisseur constante ;
- chaque couche a un comportement linéaire et est en état de contraintes planes ;
- les déplacements et les déformations sont faibles.

Rappelons que Whitney formule sa théorie à partir d'un champ cinématiquement admissible de Reissner-Midlin [2] de la forme :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_\beta &= \mathbf{u}_\beta^0 + \mathbf{z} \cdot \varphi_\beta; & (\beta = 1, 2) \\ u_3 &= \omega(x, y, t) \end{aligned} \quad (1)$$

avec \mathbf{u}_β^0 , ω et φ_β représentent respectivement le déplacement en membrane du plan moyen, le déplacement transversal à la structure et les rotations de la normale au plan moyen.

La loi fondamentale de comportement élastique linéaire et les relations du principe fondamentale de la dynamique conduisent, en flexion, au système suivant Christoforou [5] :

$$\begin{cases} h_a k_1 G_{13} \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) + h_a k_1 G_{23} \left(\frac{\partial \varphi_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \\ + p(x, y, t) = \rho_s \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{11} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x^2} + D_{66} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial y^2} + (D_{12} + D_{66}) \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial x \partial y} \\ - h_a k_1 G_{13} \left(\varphi_x + \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) = I_{xy} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial t^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{22} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial y^2} + D_{66} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial x^2} + (D_{12} + D_{66}) \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x \partial y} \\ - h_a k_1 G_{23} \left(\varphi_y + \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) = I_{xy} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial t^2} \end{cases} \quad (2)$$

où D_{ij} , G_{ij} sont respectivement les coefficients de flexion et de cisaillement, k_1 est un facteur de correction et h_a est l'épaisseur de l'âme ;

p : la charge transversale appliquée en son plan moyen et I_{xy} moment d'inertie ;

ρ_s : la masse volumique de la plaque, est donnée par :

$$\rho_s = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho \cdot dz = 2 \cdot h_p \rho_p + h_a \rho_a \quad (3)$$

où ρ_a et ρ_p sont respectivement la masse volumique de l'âme et des peaux et h_p est l'épaisseur des peaux.

2.2 Méthode des accélérations modales

La méthode des accélérations modales permet de trouver une réponse statiquement exacte au problème de choc. Pour cela, on considère que l'équation différentielle d'une structure non amortie soumise à un choc est :

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{U}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (4)$$

En appliquant la décomposition modale tronquée aux seules forces d'inertie :

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{U}(t) = \mathbf{F}(t) - \sum_{k=1}^n \ddot{q}_k(t) \cdot \mathbf{M} \cdot \phi_k \quad (5)$$

où les ϕ_k sont les vecteurs modaux associés aux pulsations ω_k , on obtient l'expression suivante pour les déplacements :

$$\mathbf{U}(t) = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{F}(t) - \sum_{k=1}^n \ddot{q}_k(t) \cdot \frac{\phi_k}{\omega_k^2} \quad (6)$$

Chaque déplacement modale q_k est une solution d'une équation différentielle à un degré de liberté :

$$\ddot{q}_k(t) + \omega_k^2 \cdot q_k(t) = \frac{1}{\mu_k} \phi_k^T \cdot \mathbf{F}(t) \quad (7)$$

où μ_k la masse modale $= \phi_k^T \cdot \mathbf{M} \cdot \phi_k$. La solution du système initialement au repos est :

$$q_k(t) = \frac{1}{\omega_k} \int_0^t \mathbf{F}(\tau) \cdot \sin[\omega_k(t - \tau)] d\tau \quad (8)$$

En combinant les deux relations (7) et (8), il vient :

$$\ddot{q}(t) = \frac{1}{\mu_k} \phi_k^T \left(F(t) - \omega_k \int_0^t F(\tau) \cdot \sin[\omega_k(t - \tau)] d\tau \right) \quad (9)$$

Puis, en reportant l'expression (8) dans (6), on obtient :

$$U(t) = \sum_{k=1}^n \frac{\phi_k \phi_k^T}{\omega_k \mu_k} \int_0^t F(\tau) \cdot \sin[\omega_k(t - \tau)] d\tau + \sum_{k=1+n}^{\infty} \frac{\phi_k \phi_k^T}{\omega_k^2 \mu_k} F(t) \quad (10)$$

La méthode des accélérations modales revient à compléter la réponse des déplacements modaux par les termes manquants dans le développement spectral de la réponse quasi-statique. Elle permet d'améliorer la solution sans surcroît important de temps de calcul par rapport à la méthode de déplacements modaux, dans de nombreux cas de sollicitations.

2.3 Force de contact

Considérons deux corps qui vont se heurter, l'un élastique et l'autre rigide :

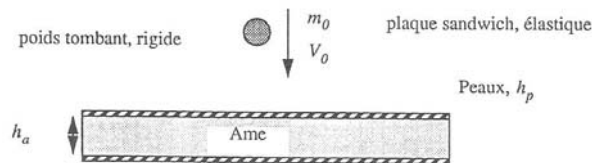


Fig. 1 - Notations pour un poids tombant sur une structure sandwich.

Dans le cadre de l'étude du comportement au choc d'une plaque sandwich, ce contact peut être modélisé par la loi de Hertz [6]. Cette loi de contact, sphère sur plan, est du type :

$$F = k_h (\alpha)^{3/2} \quad (11)$$

où F est la force de contact pendant le choc, k_h désigne le coefficient hertzien dépendant des propriétés élastiques des deux corps. Ce coefficient peut être déterminé expérimentalement par un essai de poinçonnement quasi-statique.

La pénétration est donnée par :

$$\alpha(t) = s(t) - \omega(x_0, y_0, t) \quad t > 0 \quad (12)$$

où $\omega(x_0, y_0, t)$ représente le déplacement transversal de la structure au point d'impact et $s(t)$ est le déplacement transversal de l'impacteur donné par :

$$s(t) = v_0 t - \frac{1}{m_0} \int_0^t d\theta \int_0^{\theta} F(\tau) \cdot d(\theta - \tau) \quad (13)$$

avec V_0 est la vitesse de l'impacteur avant le choc et m_0 la masse de l'impacteur.

En reportant les expressions (12) et (13) dans (11), on obtient une équation intégrale non linéaire, soit :

$$\left(\frac{F}{k_h} \right)^{2/3} = v_0 t - \frac{1}{m_0} \int_0^t dt \int_0^t F(t - \tau) d\tau - \frac{1}{\rho_s} \sum_n^k \sum_m^k g_{nm}^3 \frac{g_{nm}^3(x_0, y_0)}{\omega_{nm} \int_a^b \int_0^0 (g_{nm}^3)^2 dx dy} \int_0^t F(\tau) \sin[\omega_{nm}(t - \tau)] d\tau - \sum_{n=k+1}^{\infty} \sum_{m=k+1}^{\infty} 4g_{nm}^3 \frac{g_{nm}^3(x_0, y_0)}{ab\rho_s \omega_{nm}^2} F(t) \quad (14)$$

Cette équation intégrale non linéaire obtenue ne peut être résolue que par une méthode numérique. On peut se reporter aux travaux de Sun et Chattopadhyay (1975), qui utilise une méthode explicite par incrément du temps.

Le calcul de la force de contact fournit le déplacement transversal de la plaque par application de l'expression (10).

3. PARTIE EXPERIMENTALE

Une validation expérimentale de la force de contact créée par l'impact d'une sphère rigide en acier sur une plaque sandwich en matériaux composites est présentée et comparée aux résultats obtenus par le modèle analytique. Les caractéristiques élastiques des matériaux tels sont données dans la table 1.

Table 1 - Caractéristiques des matériaux

Propriétés	Peaux (stratifiées)	Ame
Densité (kg/m ³)	1600	80
Module d'Young	E ₁ = 14 GP _a E ₂ = 14 GP _a	E _{pvc1} = 56 MP _a E _{pvc2} = 67 MP _a
Module de cisaillement	G ₁₂ = 4 GP _a	G _{pvc1} = 20 MP _a G _{pvc2} = 35 MP _a
Coefficient de Poisson	V ₁₂ = 0,25	V ₁₂ = 0,4
Epaisseur (mm)	2,2	20

Les peaux sont en rovimat/polyester, les deux âmes sont de mousses PVC de propriétés différentes. Celle nommée PVC1, Airex R 63 80, est ductile tandis que PVC2, Divinycell H80, est plus rigide.

3.1 Comportement au poinçonnement

L'analyse mécanique de deux corps en contact permet de déterminer les déformations et les réseaux de contraintes provoqués dans la zone du contact, lorsque les deux corps sont soumis à une pression. La connaissance de ces éléments est indispensable pour

caractériser le contact des deux corps. Dans le cas d'un contact ponctuel, de nombreux auteurs [7],[8] se sont intéressés à l'étude expérimentale de poinçonnement du matériau afin d'étudier ce domaine peu maîtrisé pour les matériaux sandwichs à peaux stratifiées orthotropes. Le but de notre essai ici est d'analyser les courbes forces – pénétrations. Le poinçonnement permet d'appréhender la résistance du matériau qui s'oppose à une déformation locale provoquée par une chute d'objet. Il permet aussi d'analyser l'influence des paramètres importants (âme, peaux, vitesse, rayon de l'impacteur, etc,...). Le dispositif expérimental permet d'augmenter progressivement la charge F appliquée sur le matériau. L'évolution de la charge F et de la pénétration α du poinçon dans le matériau sont enregistrées simultanément.

Deux matériaux sandwichs d'âmes en mousses PVC différents, ont été testés: Les peaux sont toutes identiques, deux couches de rovimat dans une résine polyester.

Le résultat des essais de poinçonnement effectués permet par la suite de déterminer une loi plus générale de l'indentation selon : $F = k_h \cdot (\alpha)^n$.

Les valeurs de k_h et n ont été estimées par régression linéaire dans une représentation double logarithmique. Les valeurs de $n = 1,5$; $k_h = 1,5 \times 10^7$ N/m^{1,5} pour PVC1 et $k_h = 2 \times 10^7$ N/m^{1,5} pour PVC2.

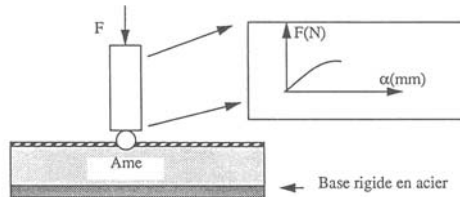


Fig. 2 - Dispositif expérimental.

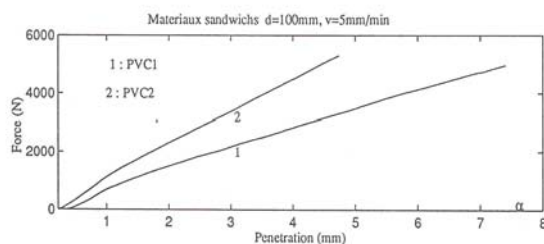


Fig. 3 - Evolution de la charge appliquée F en fonction de la pénétration α pour des plaques sandwichs.

Ces résultats sont appliqués par la suite dans la modélisation analytique et numérique des structures sandwichs.

3.2 Présentation de l'essai

La machine d'essais de choc permet de faire tomber d'une hauteur variable (jusqu'à six mètres) un impacteur de masse modulable (1 kg à 50 kg) au

centre d'une plaque pouvant mesurer jusqu'à 4 m². La plaque est posée sur des appuis ou encastrée. L'impacteur est soulevé par une ventouse électromagnétique et lâché sur simple coupure de l'alimentation de cet aimant. Pour mesurer la déflexion au centre de la plaque au cours du choc, nous disposons d'un capteur de déplacement laser 'Keyence' pouvant échantillonner jusqu'à 40 kHz. Ce capteur permet de mesurer un déplacement maximal dans un intervalle de 0 à +16mm avec une précision des quelques dizaines de microns.

La déformation de différents points de la plaque est mesurée grâce à des jauges extensométriques reliées à des conditionneurs pouvant exécuter des mesures dynamiques.

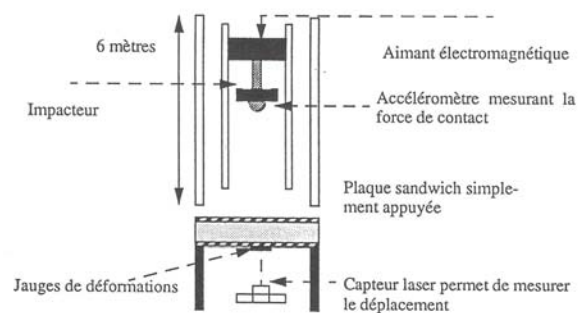


Fig. 4 - Schéma de la machine d'essai de choc à poids tombant.

L'impacteur est instrumenté avec un accéléromètre piézo-électrique à électronique incorporée afin de mesurer son accélération au cours du choc, ce qui, après un filtrage adéquat éliminant les fréquences de vibration de la structure et de l'impacteur nous, donne la force de contact. Cet accéléromètre doit pouvoir supporter des accélérations de 10000g. Le modèle 2255-B1 Endevco a été retenu pour l'instrumentation. Enfin, un circuit électronique à base de cellules photoélectriques nous permet de mesurer la vitesse de l'impacteur juste avant l'impact.

3.3 Endommagement

Les divers mécanismes de rupture qui peuvent se produire lors du choc sur des panneaux sandwichs sont les suivants :

- la rupture en traction ou en compression des peaux,
- la rupture en traction ou en compression de l'âme,
- la rupture en cisaillement,
- le délaminage peaux-âme,
- endommagement local sous l'impacteur dans la peau supérieure.

Après une série de chocs effectuée sur des panneaux sandwichs, on constate à faible énergie (de l'ordre de 100J) que l'âme ne semble pas avoir subi de

déformation plastique ni de dégradation. Par contre, dans la peau supérieure, on note une petite zone de blanchiment sous l'impacteur. Par une analyse modale, on a pu remarquer que les fréquences propres ne sont pas modifiées après le choc. Lorsque l'on augmente l'énergie d'impact (de l'ordre 200J), les résultats obtenus montrent que pour les matériaux étudiés, on observe un endommagement de l'âme qui se traduit par une rupture à $\pm 45^\circ$ en cisaillement transverse dans la mousse. Celle-ci se propage à l'interface âme/peau du matériau sandwich. Après découpage de la plaque PVC2, on observe le mode de rupture dans l'âme (Fig. 5).

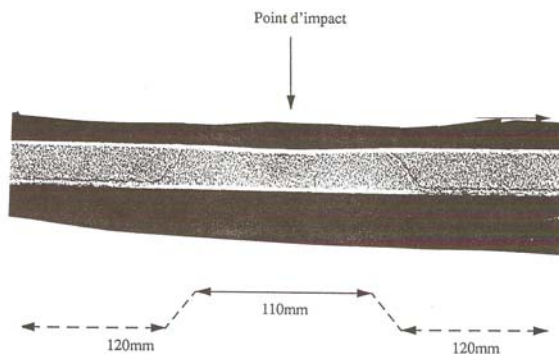


Fig. 5 - Plaque sandwich découpée (PVC2) qui montre la rupture de l'âme.

4. COMPARAISON ET CALCUL

Le calcul des forces de contact et du déplacement pendant la durée d'un choc a été effectué pour des plaques sandwichs rectangulaires (400x400x24mm) simplement appuyée sur quatre cotés (surface libre, 300x300mm), comportant deux peaux identiques de fibres de verre rovimat et polyester de 2 mm et des deux âmes en mousse PVC1 et PVC2. L'impacteur utilisé avait une masse de 10.9 kg et un rayon de 50mm.

Les figures ci-dessous illustrent les divers résultats obtenus par le modèle analytique développé pour des plaques sandwichs. On peut conclure à un bon accord entre la mesure et le modèle.

En faisant varier la hauteur de chute, le calcul des efforts et déplacements obtenu par le modèle analytique est comparé à ceux obtenus par l'expérience dans les tables 2 et 3.

L'étude comparative des tableaux 2 et 3 montre que les résultats du calcul sont proches des valeurs mesurées.

Pour les déplacements l'écart est de l'ordre de 9%. Ceci montre que la méthode permet de prévoir le comportement dynamique d'une plaque sandwich soumise à l'impact.

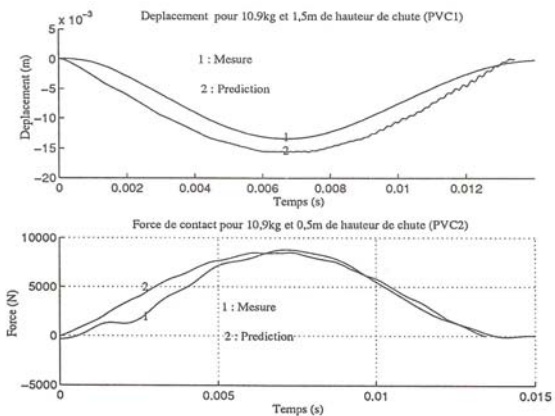


Fig. 6 - Evolution du déplacement et de la force de contact en fonction de temps pour des plaques sandwichs simplement appuyées (PVC1 & PVC2).

Table 2 - Force et déplacement (prédiction/mesure) centre de la plaque sandwich PVC1 pour 10,9kg et 4 modes propres pris en considération dans le calcul.

Hauteur (m)	Force (kN)	Déplacement (mm)
0,5	8,49/8,98 -5%	8,8/8,3 5%
1	12,35/14,14 -14,5%	12,5/11,3 9,6%
1,5	15,37/17,25 -12,2%	15,3/13,4 12,4%

Table 3 - Force et déplacement (prédiction/mesure) au centre de la plaque sandwich (PVC2) pour 10,9kg et 4 modes propres pris en considération dans le calcul.

Hauteur (m)	Force (kN)	Déplacement (mm)
1	14,2/13,1 7,7%	9,7/10,5 -8,2%
1,5	16,3/17,6 -8,0%	13,0/12,7 2,3%
1,88	18/20 -11,0%	15,0/14,0 6,6%

Une étude comparative précédente [8] montre également une bonne correspondance entre expérience et simulation. D'autres études paramétriques (pour les plaques sandwichs [9],[10]) ont été réalisées : on remarque que les forces de contact, les déplacements et les déformations de flexion sont sensibles à l'épaisseur de peau et dans une moindre mesure à l'épaisseur et au G_{13} de l'âme. Par contre les cisaillements, caractéristiques déterminantes pour la prédiction de l'endommagement, sont principalement sensibles au G_{13} de l'âme. La détermination des valeurs fiables de G_{13} de l'âme est traitée ailleurs (Davies et al, 1996).

5. CONCLUSION

Cette étude comprend à la fois une partie théorique et une partie expérimentale. Dans la partie théorique, nous avons développé une approche analytique par accélération modale basée sur la théorie classique des plaques sandwichs, afin de prédire l'apparition de l'endommagement global.

L'approche dynamique par accélération modale permet de réduire très notablement le nombre de modes à prendre en considération en intégrant tout d'abord la solution statique.

La méthode développée a été validée par comparaison avec des expériences de choc à poids tombant. Les résultats sont en bon accord pour ce qui concerne le déplacement vertical, la force et la durée de contact.

Vis-à-vis de l'endommagement, nous pouvons retenir que pour les énergies jusqu'à 300J et les conditions étudiées ici deux modes de rupture sont observés :

- apparition de fissures au point d'impact sous l'impacteur avec une petite zone circulaire de blanchiment de diamètre inférieur à 5 cm.

- rupture en cisaillement de l'âme à $\pm 45^\circ$ qui se traduit par une fissure, celle-ci se propage vers l'interface entre la peau inférieure et l'âme.

L'étude a été étendue à d'autres conditions d'appui afin d'étudier les limites d'applicabilité de l'approche analytique. L'application d'un critère de rupture en cisaillement est en cours.

References

- [1] J. M. Whitney et N. J. Pagano, *Analysis of a simply-supported laminated anisotropic rectangular plate*, AIAA JNL, 1970, vol. 7, pp. 28.
- [2] R. D. Mindlin, *Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates*, J. Appl. Mech., 1955, vol. 18.
- [3] S. P. Timoshenko, *Theory of elasticity*, Mc Graw-Hill, 1934.
- [4] J. K. Chen et C. T. Sun, *Analysis of response of buckled composite laminates*, J. Composites Structures, 1985, vol 3, pp. 97-118
- [5] A. P. & S. R. Swanson, *Analysis of impact response in composite plates*, J. Solids structures, 1991, vol. 27, n°2, pp. 161-170.
- [6] Dobyns & al., *Analysis of simply supported orthotropic plate subject to static and dynamic loads*, AIAA JL., 1981, n°5, pp. 642-650.
- [7] Y. J. Lee et al., *The impact behavior of composite sandwich used in ship structure*, Journal of the society of Naval Architects of Japan, 1995, vol. 174, n°13, pp. 447-456.
- [8] P. Davies, D. Choqueuse, L. Riou et A. Wahab, *Réponse de panneaux composites sandwichs au choc*, Composite Materials in the Petroleum Industry, 3-4 Novembre 1994, IFP Revue Jan/Fev 1995 p : 8.
- [9] A. Wahab, M. Prevosto, P. Davies, Y. H. De Roeck et J. L. Lataillade, *Modélisation du comportement dynamique au choc des plaques épaisses*, Revue des composites et des matériaux avancés, 1996, vol 2.
- [10] A. Wahab, M. Prevosto, P. Davies, Y. H. De Roeck et J. L. Lataillade, *Réponse dynamique d'une plaque sandwich en matériau composite à l'impact d'une sphère rigide*, 2^{ème} colloque national en calcul des structures, 15-19 mai 1995, Giens – France, pp. 378-384.